

● 수학 영역 ●

수학 정답

1	③	2	④	3	①	4	②	5	⑤
6	③	7	①	8	④	9	③	10	⑤
11	⑤	12	②	13	②	14	⑤	15	①
16	③	17	④	18	①	19	④	20	②
21	④	22	20	23	30	24	6	25	24
26	12	27	510	28	189	29	5	30	36

해설

1. [출제의도] 다항식의 덧셈을 계산한다.

$$\begin{aligned} A+B &= (3x^2+2x-1)+(-x^2+x+3) \\ &= (3x^2-x^2)+(2x+x)+(-1+3) \\ &= 2x^2+3x+2 \end{aligned}$$

2. [출제의도] 복소수의 값을 계산한다.

$$\begin{aligned} 1+\frac{2}{1-i} &= 1+\frac{2 \times (1+i)}{(1-i) \times (1+i)} \\ &= 1+\frac{2(1+i)}{2} \\ &= 1+(1+i) \\ &= 2+i \end{aligned}$$

3. [출제의도] 조합의 수를 계산한다.

$$\begin{aligned} {}_4C_2 &= \frac{{}_4P_2}{2!} \\ &= \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6 \end{aligned}$$

4. [출제의도] 역함수를 이해하여 함수값을 구한다.

$$f(2) = 4 \text{ 이므로 } f^{-1}(4) = 2$$

5. [출제의도] 나머지정리를 이해하여 미지수의 값을 구한다.

$$\begin{aligned} P(x) &= x^3+ax^2+12 \text{ 라 하자.} \\ \text{다항식 } P(x) \text{ 를 } x-2 \text{ 로 나눈 나머지가 } 2a-8 \text{ 이므로} \\ P(2) &= 4a+20=2a-8 \\ 2a &= -28 \\ \text{따라서 } a &= -14 \end{aligned}$$

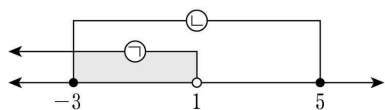
6. [출제의도] 도형의 평행이동과 대칭이동을 이해하여 점의 좌표를 구한다.

$$\begin{aligned} \text{원 } (x+5)^2+(y+11)^2=25 \text{ 를 } y \text{ 축의 방향으로 } 1 \text{ 만큼} \\ \text{평행이동한 원의 방정식은} \\ (x+5)^2+(y+10)^2=25 \\ \text{원 } (x+5)^2+(y+10)^2=25 \text{ 를 } x \text{ 축에 대하여 대칭이동한} \\ \text{원의 방정식은} \\ (x+5)^2+(y-10)^2=25 \\ \text{원 } (x+5)^2+(y-10)^2=25 \text{ 가 점 } (0, a) \text{ 를 지나므로} \\ (0+5)^2+(a-10)^2=25, (a-10)^2=0 \\ \text{따라서 } a &= 10 \end{aligned}$$

7. [출제의도] 연립부등식을 이해하여 해를 구한다.

$$\begin{aligned} 2x+1 < 3 \text{ 에서 } x < 1 \quad \text{㉠} \\ x^2-2x-15 &\leq 0 \text{ 에서} \\ (x-5)(x+3) &\leq 0 \\ -3 &\leq x \leq 5 \quad \text{㉡} \end{aligned}$$

이다. 따라서 연립부등식의 해는 $-3 \leq x < 1$ 이다.



이를 만족시키는 정수 x 는 $-3, -2, -1, 0$ 이고 그 개수는 4이다.

8. [출제의도] 유리함수의 그래프를 이해하여 미지수의 값을 구한다.

$$\begin{aligned} \text{함수 } y = \frac{b}{x-a} \text{ 의 그래프가 점 } (2, 4) \text{ 를 지나므로} \\ 4 &= \frac{b}{2-a} \\ 4a+b &= 8 \quad \text{㉠} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{함수 } y = \frac{b}{x-a} \text{ 의 한 점근선의 방정식이 } x=4 \text{ 이므로} \\ a &= 4 \text{ 이고 이를 ㉠에 대입하면 } b=-8 \\ \text{따라서 } a-b &= 4-(-8)=12 \end{aligned}$$

9. [출제의도] 직선의 방정식을 이해하여 직선의 x 절편을 구한다.

$$\begin{aligned} \text{두 방정식 } x+3y+2=0, 2x-3y-14=0 \text{ 을 연립하면} \\ x=4, y=-2 \text{ 이므로 두 직선의 교점의 좌표는} \\ (4, -2) \text{ 이다.} \\ \text{직선 } 2x+y+1=0 \text{ 의 기울기는 } -2 \text{ 이므로 이 직선과} \\ \text{평행한 직선의 기울기는 } -2 \text{ 이다. 기울기가 } -2 \text{ 이고} \\ \text{점 } (4, -2) \text{ 를 지나는 직선의 방정식은} \\ y-(-2) &= -2(x-4), \text{ 즉 } y=-2x+6 \text{ 이다.} \\ y=-2x+6 \text{ 에 } y=0 \text{ 을 대입하면 } 0 &= -2x+6, x=3 \text{ 이} \\ \text{므로 } x \text{ 절편은 } 3 \end{aligned}$$

10. [출제의도] 삼차방정식을 이해하여 미지수의 값을 구한다.

$$\begin{aligned} f(x) = x^3+x^2-2 \text{ 라 하면 } f(1) = 0 \text{ 이므로, } f(x) \text{ 는} \\ x-1 \text{ 을 인수로 갖는다. 조립제법을 이용하여 } f(x) \text{ 를} \\ \text{인수분해하면} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 1 & 0 & -2 \\ & & 1 & 2 & 2 \\ \hline & 1 & 2 & 2 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^3+x^2-2 &= (x-1)(x^2+2x+2) \text{ 이므로} \\ (x-1)(x^2+2x+2) &= 0 \text{ 에서} \\ x=1 \text{ 또는 } x^2+2x+2 &= 0 \text{ 에서} \\ x &= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2-4 \times 1 \times 2}}{2} \\ &= \frac{-2 \pm 2i}{2} = -1 \pm i \\ a &= -1, b=1 \text{ 또는 } a=-1, b=-1 \\ \text{따라서 } |a|+|b| &= 2 \end{aligned}$$

11. [출제의도] 집합의 연산 법칙을 이해하여 조건을 만족시키는 집합의 모든 원소의 합을 구한다.

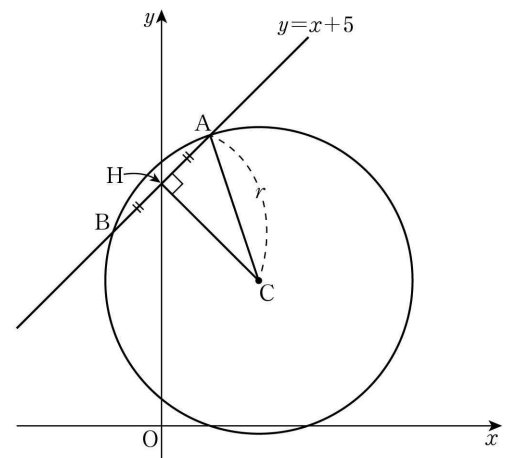
$$\begin{aligned} \text{조건 (나)에서 } A^c \cup B &= \{1, 2, 8, 16\} \text{ 이고} \\ \text{드모르간의 법칙에 의하여 } A \cap B^c &= (A^c \cup B)^c \text{ 이므로} \\ A \cap B^c &= (A^c \cup B)^c = \{4, 32\} \text{ 이다.} \\ A &= (A \cap B) \cup (A \cap B^c) \\ &= \{2, 8\} \cup \{4, 32\} \\ &= \{2, 4, 8, 32\} \\ \text{따라서 집합 } A \text{ 의 모든 원소의 합은} \\ 2+4+8+32 &= 46 \end{aligned}$$

12. [출제의도] 역함수를 이해하여 미지수의 값을 구한다.

$$\begin{aligned} \text{함수 } f(x) \text{ 의 역함수가 존재하려면 } f(x) \text{ 는} \\ \text{일대일대응이어야 한다.} \\ a+7=0 \text{ 또는 } -a+5=0 \text{ 일 때 } f(x) \text{ 는} \\ \text{일대일대응이 아니다.} \\ \text{그러므로 } a \neq -7, a \neq 5 \text{ 이다.} \\ \text{함수 } f(x) \text{ 가 일대일대응이기 위해서는} \\ \text{직선 } y=(a+7)x-1 \text{ 의 기울기 } a+7 \text{ 과} \\ \text{직선 } y=(-a+5)x+2a+1 \text{ 의 기울기 } -a+5 \text{ 의 부호가} \\ \text{같아야 한다.} \\ \text{그러므로 } (a+7)(-a+5) > 0, (a+7)(a-5) < 0 \\ -7 < a < 5 \\ \text{따라서 이를 만족시키는 정수 } a \text{ 는 } -6, -5, \dots, 4 \text{ 이고} \\ \text{그 개수는 } 11 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

13. [출제의도] 원과 직선의 위치 관계를 이해하여 미지수의 값을 구한다.

$$\begin{aligned} \text{원 } (x-2)^2+(y-3)^2=r^2 \text{ 의 중심을 } C \text{ 라 하자.} \\ \text{원의 중심 } C \text{ 에서 선분 } AB \text{ 에 내린 수선의 발을 } H \text{ 라} \\ \text{하면 } \overline{AH}=\overline{BH} \text{ 이고 } \overline{AB}=2\sqrt{2} \text{ 이므로 } \overline{AH}=\sqrt{2} \text{ 이다.} \\ \text{점 } C(2,3) \text{ 과 직선 } x-y+5=0 \text{ 사이의 거리를 구하면} \\ \overline{CH} &= \frac{|2-3+5|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \\ \text{직각삼각형 } ACH \text{ 에서} \\ r^2 &= \overline{AH}^2 + \overline{CH}^2 \\ &= (\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 \\ &= 10 \\ \text{따라서 } r &= \sqrt{10} \end{aligned}$$



14. [출제의도] 무리함수의 그래프를 이해하여 삼각형의 넓이를 구한다.

$$\begin{aligned} \text{점 } B(k, \sqrt{k}), \text{ 점 } C(k, k) \text{ 이고 삼각형 } OBC \text{ 의 넓이가} \\ \text{삼각형 } OAB \text{ 의 넓이의 2 배이므로} \\ \frac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{BC} &= 2 \times \frac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{AB} \\ \overline{BC} &= 2\overline{AB} \text{ 이므로} \\ \overline{AC} &= \overline{AB} + \overline{BC} = 3\overline{AB} \\ \overline{AB} &= \sqrt{k}, \overline{AC} = k \text{ 에서} \\ k &= 3\sqrt{k}, k^2-9k=0 \\ k > 1 \text{ 이므로 } k &= 9 \\ \text{따라서 삼각형 } OBC \text{ 의 넓이는} \\ \frac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{BC} &= \frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27 \end{aligned}$$

15. [출제의도] 복소수가 서로 같은 조건을 이해하여 조건을 만족시키는 미지수의 값을 구한다.

$$\begin{aligned} \text{복소수 } z \text{ 를 } z=a+bi \text{ (} a, b \text{ 는 실수)라 하자.} \\ \text{조건 (가)에서 } \bar{z} &= -z \text{ 이므로} \\ a-bi &= -a-bi \text{ 에서 } a=0 \\ \text{즉 } z &= bi \text{ 이다.} \\ \text{조건 (나)에 } z=bi \text{ 를 대입하면} \\ -b^2+(k^2-3k-4)bi &+ (k^2+2k-8)=0 \\ k^2+2k-8-b^2+(k^2-3k-4)bi &= 0 \\ \text{이고,} \\ k^2+2k-8-b^2 &= 0 \quad \text{㉠} \\ (k^2-3k-4)b &= 0 \quad \text{㉡} \end{aligned}$$

이다.

㉠에서 $b=0$ 또는 $k^2-3k-4=0$

(i) $b=0$ 일 때

㉡에서 $k^2+2k-8=0$ 이므로 $k=-4$ 또는 $k=2$ 이다.

(ii) $k^2-3k-4=0$, 즉 $k=-1$ 또는 $k=4$ 일 때

$k=-1$ 이면 ㉠에서 $-9-b^2=0$ 이므로 이를 만족시키는 실수 b 는 존재하지 않는다.

$k=4$ 이면 ㉠에서 $16-b^2=0$ 이므로 이를 만족시키는 실수 b 는 $-4, 4$ 이다.

(i), (ii)에서 조건을 만족시키는 실수 k 는 $-4, 2, 4$ 이고 모든 실수 k 의 값의 곱은 -32 이다.

[다른 풀이]

$f(x) = x^2 + (k^2 - 3k - 4)x + (k^2 + 2k - 8)$ 이라 하자.
조건 (나)에서 복소수 z 는 x 에 대한 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 한 근이다.

(i) z 가 실수일 때

조건 (가)에서 $\bar{z} = -z$ 이고

z 가 실수이므로 $\bar{z} = z$ 이다.

따라서 $z = 0$

즉, 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 한 근이 $x = 0$ 이므로

$$f(0) = 0$$

$$k^2 + 2k - 8 = 0$$

$$(k+4)(k-2) = 0$$

$$k = -4 \text{ 또는 } k = 2$$

(ii) z 가 허수일 때

x 에 대한 이차방정식

$$x^2 + (k^2 - 3k - 4)x + (k^2 + 2k - 8) = 0$$

에서 계수와 상수항이 모두 실수이므로 z 의 켤레 복소수 \bar{z} 역시 이차방정식의 한 근이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$z + \bar{z} = -(k^2 - 3k - 4)$$

조건 (가)에서 $\bar{z} = -z$ 이므로

$$z + \bar{z} = 0$$

$$\text{즉, } k^2 - 3k - 4 = 0$$

$$(k-4)(k+1) = 0$$

$$k = 4 \text{ 또는 } k = -1$$

$k = 4$ 이면 $f(x) = x^2 + 16$ 이고, 이차방정식

$f(x) = 0$ 의 해는 $x = 4i$ 또는 $x = -4i$ 이다.

$k = -1$ 이면 $f(x) = x^2 - 9$ 이고, 이차방정식

$f(x) = 0$ 의 해는 $x = 3$ 또는 $x = -3$ 이므로 z 가 허수라는 조건에 모순이다.

(i), (ii)에서 조건을 만족시키는 실수 k 는 $-4, 2, 4$ 이고, 모든 실수 k 의 값의 곱은 -32 이다.

16. [출제의도] 곱셈 공식을 이용하여 식의 값을 구하는 문제를 해결한다.

삼각형 ABC가 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 \text{에서 } x^2 + y^2 = 10 \dots \text{㉠}$$

삼각형 ABC와 삼각형 APS가 서로 닮음이고 닮음비가

$$\overline{BC} : \overline{PS} = \sqrt{10} : \frac{2\sqrt{10}}{7} = 7 : 2 \text{이므로}$$

$$\overline{AP} = \frac{2}{7}x, \overline{AS} = \frac{2}{7}y \text{이고 } \overline{SC} = \frac{5}{7}y$$

삼각형 APS와 삼각형 RSC가 서로 닮음이므로

$$\overline{PS} : \overline{AP} = \overline{SC} : \overline{RS} \text{에서}$$

$$\frac{2\sqrt{10}}{7} : \frac{2x}{7} = \frac{5y}{7} : \frac{2\sqrt{10}}{7}$$

$$10xy = 40, xy = 4 \dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서

$$(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = 10 - 2 \times 4 = 2$$

$$x > y \text{이므로 } x - y = \sqrt{2}$$

따라서

$$\begin{aligned} x^3 - y^3 &= (x-y)^3 + 3xy(x-y) \\ &= (\sqrt{2})^3 + 3 \times 4 \times \sqrt{2} \\ &= 14\sqrt{2} \end{aligned}$$

[다른 풀이]

$$\overline{BQ} = \frac{\sqrt{10}}{7}a \text{ (} 0 < a < 5 \text{)} \text{라 하면}$$

$$\overline{CR} = \overline{BC} - \overline{BQ} - \overline{QR}$$

$$= \sqrt{10} - \frac{\sqrt{10}}{7}a - \frac{2\sqrt{10}}{7}$$

$$= \frac{\sqrt{10}}{7}(5-a)$$

삼각형 QBP와 삼각형 RSC는 서로 닮음이므로

$$\frac{\overline{PQ}}{\overline{BQ}} = \frac{\overline{CR}}{\overline{SR}} \text{에서}$$

$$\frac{\frac{2\sqrt{10}}{7}}{\frac{\sqrt{10}}{7}a} = \frac{\frac{\sqrt{10}}{7}(5-a)}{\frac{2\sqrt{10}}{7}}, \frac{2}{a} = \frac{5-a}{2}$$

그러므로 $\frac{2}{a} = \frac{5-a}{2}$ 에서 $a^2 - 5a + 4 = 0$ 이고

$$(a-1)(a-4) = 0, a = 1 \text{ 또는 } a = 4 \text{이다.}$$

삼각형 ABC가 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 \text{에서 } x^2 + y^2 = 10 \dots \text{㉠}$$

(i) $a = 1$ 일 때

삼각형 ABC와 삼각형 QBP는 서로 닮음이므로

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{PQ}}{\overline{BQ}} \text{에서 } \frac{y}{x} = 2, y = 2x$$

$x > 0, y > 0$ 이므로 $x < y$ 가 되어 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $a = 4$ 일 때

삼각형 ABC와 삼각형 QBP는 서로 닮음이므로

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{PQ}}{\overline{BQ}} \text{에서 } \frac{y}{x} = \frac{1}{2}, x = 2y$$

㉠에 대입하여 x, y 의 값을 구하면

$$(2y)^2 + y^2 = 10, y^2 = 2, x > 0, y > 0 \text{이므로}$$

$$x = 2\sqrt{2}, y = \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} x^3 - y^3 &= (2\sqrt{2})^3 - (\sqrt{2})^3 \\ &= 16\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \\ &= 14\sqrt{2} \end{aligned}$$

(i), (ii)에서 $x^3 - y^3 = 14\sqrt{2}$

17. [출제의도] 유리함수의 그래프를 이용하여 상수의 값을 구하는 문제를 해결한다.

$P(a, \frac{k}{a}), Q(a+2, \frac{k}{a+2})$ 이므로 조건 (가)에 의하여

$$\frac{\frac{k}{a+2} - \frac{k}{a}}{a+2-a} = -1, \frac{\frac{k}{a+2} - \frac{k}{a}}{a+2-a} = -2, \frac{-2k}{a(a+2)} = -2$$

즉, $k = a(a+2)$

$$f(a) = \frac{k}{a} = a+2, f(a+2) = \frac{k}{a+2} = a \text{이다.}$$

점 P의 좌표는 $(a, a+2)$, 점 Q의 좌표는 $(a+2, a)$

조건 (나)에 의하여 점 R의 좌표는 $(-a, -a-2)$,

점 S의 좌표는 $(-a-2, -a)$

직선 PS의 기울기는 $\frac{a+2 - (-a)}{a - (-a-2)} = 1$ 이고, 직선 RS의

기울기는 $\frac{-a - (-a-2)}{-a-2 - (-a)} = -1$, 직선 QR의 기울기는

$$\frac{-a-2-a}{-a-(a+2)} = 1 \text{이므로 사각형 PQRS는 직사각형이다.}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{(a+2-a)^2 + \{a-(a+2)\}^2} = 2\sqrt{2} \text{이고,}$$

$$\overline{PS} = \sqrt{\{-(a+2)-a\}^2 + \{-a-(a+2)\}^2} = 2\sqrt{2}(a+1)$$

사각형 PQRS의 넓이는

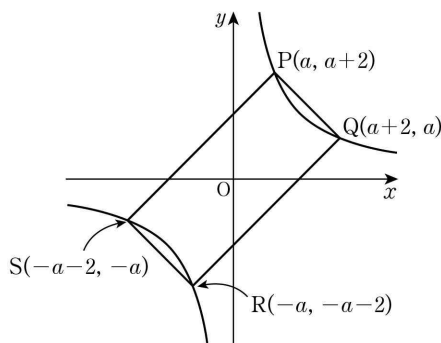
$$2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}(a+1) = 8(a+1) = 8\sqrt{5}$$

따라서 $a = \sqrt{5} - 1$ 이므로

$$k = a(a+2) = (\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) = 4$$

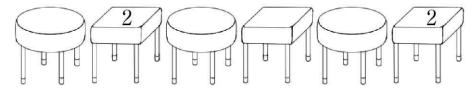
[보충 설명]

좌표평면 위의 네 점 P, Q, R, S의 위치는 다음과 같다.

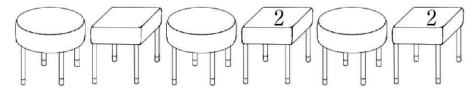


18. [출제의도] 순열을 이용하여 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하는 문제를 해결한다.

(i) 2학년 학생이 오른쪽 끝 사각 의자에 앉을 때



또는



위와 같이 2학년 학생이 앉을 사각 의자를 선택하는 경우의 수는 2

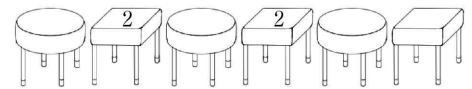
위의 각각의 경우에 대하여 2학년 학생이 두 사각 의자에 앉는 경우의 수는 ${}_2P_2 = 2!$

① 2학년 학생이 앉지 않은 사각 의자에 1학년 학생이 앉는다면 1학년 학생이 앉은 사각 의자와 이웃한 두 개의 등근 의자에는 3학년 학생만 앉아야 하므로 경우의 수는 $2! \times 2! = 4$

② 2학년 학생이 앉지 않은 사각 의자에 3학년 학생이 앉는다면 3학년 학생이 앉은 사각 의자와 이웃한 두 개의 등근 의자에는 1학년 학생만 앉아야 하므로 경우의 수는 $2! \times 2! = 4$

$$\text{그러므로 } 2 \times 2! \times (4+4) = 32$$

(ii) 2학년 학생이 오른쪽 끝의 사각 의자에 앉지 않을 때



오른쪽 끝이 아닌 나머지 2개의 사각 의자에 2학년 학생 2명이 앉는 경우의 수는 ${}_2P_2 = 2!$

① 오른쪽 끝의 사각 의자에 1학년 학생이 앉는다면 1학년 학생이 앉은 사각 의자와 이웃하지 않은 2개의 등근 의자에 1학년 학생 1명이 앉아야 하므로 경우의 수는 $2 \times 2! \times 2! = 8$

② 오른쪽 끝의 사각 의자에 3학년 학생이 앉는다면 3학년 학생이 앉은 사각 의자와 이웃하지 않은 2개의 등근 의자에 3학년 학생 1명이 앉아야 하므로 경우의 수는 $2 \times 2! \times 2! = 8$

$$\text{그러므로 } 2! \times (8+8) = 32$$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $32 + 32 = 64$

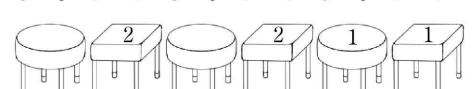
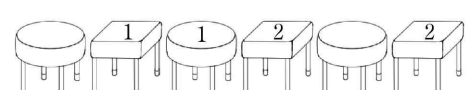
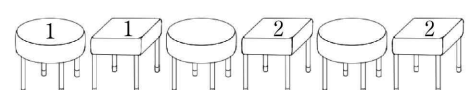
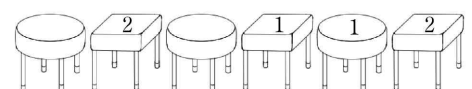
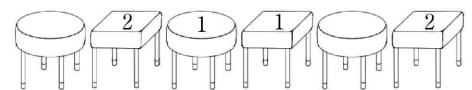
[다른 풀이]

사각 의자 3개 중 2개의 의자에 2학년 학생 2명이 앉는 경우의 수는 ${}_3P_2 = 3 \times 2 = 6$

나머지 의자 4개에 1학년 학생 2명과 3학년 학생 2명이 앉는 경우의 수는 ${}_4P_4 = 4! = 24$

조건 (가)를 만족시키는 경우의 수는 $6 \times 24 = 144$

이 중 1학년 학생 2명이 서로 이웃하여 앉는 경우는 아래와 같이 다섯 가지이다.



각각의 경우 1, 2, 3학년 학생들이 앉는 경우의 수는 ${}_2P_2 \times {}_2P_2 \times {}_2P_2 = 8$

따라서 1학년 학생 2명이 서로 이웃하여 앉는 경우의 수는 $5 \times 8 = 40$

마찬가지로 3학년 학생 2명이 서로 이웃하여 앉는 경우의 수도 40

조건 (가), (나)를 모두 만족시키는 경우의 수는

$$144 - 40 \times 2 = 144 - 80 = 64$$

19. [출제의도] 원의 방정식과 접선의 방정식을 이용하여 미지수의 값을 구하는 문제를 해결한다.

두 점 A(0, 6), B(9, 0)을 2:1로 내분하는 점 P의 좌표는

$$\left(\frac{2 \times 9 + 1 \times 0}{2+1}, \frac{2 \times 0 + 1 \times 6}{2+1}\right)$$

이므로 P(6, 2)이다.

점 P(6, 2)가 원 $x^2 + y^2 - 2ax - 2by = 0$ 위의 점이므로 $6^2 + 2^2 - 2a \times 6 - 2b \times 2 = 0$

$$3a + b = 10 \dots\dots \textcircled{1}$$

원의 중심과 점 P를 지나는 직선을 l이라 하면, 직선 l은 직선 AB와 서로 수직이고 직선 AB의 기울기가 $-\frac{2}{3}$ 이므로 직선 l의 기울기는 $\frac{3}{2}$ 이다.

직선 l이 점 P(6, 2)를 지나므로 직선 l의 방정식은 $y = \frac{3}{2}(x-6) + 2$

원의 방정식 $x^2 + y^2 - 2ax - 2by = 0$ 을 정리하면 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = a^2 + b^2$

원의 중심 (a, b)가 직선 l 위의 점이므로 $b = \frac{3}{2}(a-6) + 2$

$$3a - 2b = 14 \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하면 } a = \frac{34}{9}, b = -\frac{4}{3}$$

$$\text{따라서 } a + b = \frac{34}{9} + \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{22}{9}$$

20. [출제의도] 합성함수를 이용하여 조건을 만족시키는 함수를 추론한다.

ㄱ. 조건 (가)에 의하여 $f(f(4)) \leq 1$ 이므로 $f(f(4)) = 1$ 이다. (참)

ㄴ. (i) $f(4) = 1$ 일 때 $f(f(4)) = f(1) = 1$ 이므로 $f(1) = 1$ 이다.

① $f(3) = 1$ 이면 함수 f의 치역이 {1, 2, 4}가 될 수 없으므로 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

② $f(3) = 2$ 이면 함수 f의 치역이 {1, 2, 4}이므로 $f(2) = 4$ 이고 $f(f(3)) = f(2) = 4 > 2$ 가 되어 조건 (가)를 만족시키지 않는다.

③ $f(3) = 4$ 이면 함수 f의 치역이 {1, 2, 4}이므로 $f(2) = 2$ 이고 $f(f(1)) = f(1) = 1$, $f(f(2)) = f(2) = 2$, $f(f(3)) = f(4) = 1$ 이 되어 조건을 만족시킨다.

(ii) $f(4) = 2$ 일 때 $f(f(4)) = f(2) = 1$ 이므로 $f(2) = 1$ 이다.

① $f(3) = 1$ 이면 함수 f의 치역이 {1, 2, 4}이므로 $f(1) = 4$ 이고 $f(f(2)) = f(1) = 4 > 3$ 이 되어 조건 (가)를 만족시키지 않는다.

② $f(3) = 2$ 이면 함수 f의 치역이 {1, 2, 4}이므로 $f(1) = 4$ 이고 $f(f(2)) = f(1) = 4 > 3$ 이 되어 조건 (가)를 만족시키지 않는다.

③ $f(3) = 4$ 일 때 $f(1) = 1$ 이면 $f(f(1)) = f(1) = 1$, $f(f(2)) = f(1) = 1$, $f(f(3)) = f(4) = 2$ 가 되어 조건을 만족시킨다.

$f(1) = 2$ 이면 $f(f(1)) = f(2) = 1$, $f(f(2)) = f(1) = 2$, $f(f(3)) = f(4) = 2$ 가 되어 조건을 만족시킨다.

$f(1) = 4$ 이면 $f(f(2)) = f(1) = 4 > 3$ 이 되어 조건 (가)를 만족시키지 않는다.

(iii) $f(4) = 4$ 일 때 $f(f(4)) = f(4) = 4 \neq 1$ 이므로 조건 (가)를 만족시키지 않는다.

(i), (ii), (iii)에서 가능한 모든 함수 f에 대해

여 $f(3) = 4$ 이다. (참)
ㄷ. (i), (ii), (iii)에서 가능한 함수 f의 개수는 3이다. (거짓)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

21. [출제의도] 원과 직선의 위치 관계를 이용하여 조건을 만족시키는 선분의 길이를 추론한다.

원의 중심을 A(a, b)라 하면 점 A와 직선 $l_1: mx - y = 0$ 사이의 거리는 $\frac{|ma - b|}{\sqrt{m^2 + 1}}$

점 A와 직선 $l_2: x - my = 0$ 사이의 거리는 $\frac{|a - mb|}{\sqrt{1 + m^2}}$

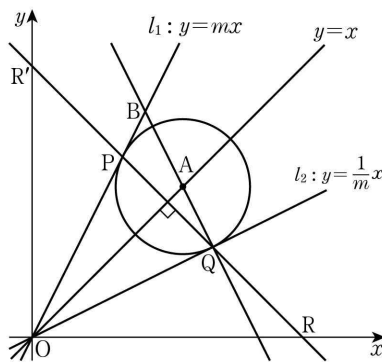
이므로 $\frac{|ma - b|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{|a - mb|}{\sqrt{1 + m^2}}$, $|ma - b| = |a - mb|$

즉, $ma - b = \pm(a - mb)$ 이므로 $a = b$ 또는 $a = -b$

원의 중심이 제1사분면에 있으므로 $a = b$ 그러므로 직선 OA의 방정식은 $y = x$ 이다.

삼각형 OPQ가 $\overline{OP} = \overline{OQ}$ 인 이등변삼각형이므로 선분 PQ의 수직이등분선은 점 O를 지나고, 현의 성질에 의해 선분 PQ의 수직이등분선은 원의 중심 A를 지난다. 즉, 직선 $y = x$ 는 선분 PQ의 수직이등분선이다.

직선 PQ의 기울기는 -1이므로 직선 PQ가 y축과 만나는 점을 R'이라 하면 $\overline{OR} = \overline{OR'}$ 이고 $\angle OR'P = \angle ORQ = 45^\circ$ 이다.



삼각형 OPQ가 이등변삼각형이므로 $\angle OPQ = \angle OQP$ 에서 $\angle OPR' = \angle OQR$ 이다.

$\overline{OR'} = \overline{OR}$, $\angle PR'O = \angle QRO$, $\angle OPR' = \angle OQR$ 에서 삼각형 OPR'과 삼각형 OQR은 서로 합동이다.

따라서 $\overline{R'P} = \overline{PQ} = \overline{QR}$ 이므로 세 삼각형 OR'P, OPQ, OQR의 넓이는 모두 24로 같다.

그러므로 삼각형 ORR'의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{OR} \times \overline{OR'} = \frac{1}{2} \times \overline{OR}^2 = 3 \times 24 = 72$

$\overline{OR} = 12$ 따라서 R(12, 0), R'(0, 12)이다.

두 점 P, Q는 선분 RR'의 삼등분점이고 선분 RR'을 2:1로 내분하는 점 P의 좌표는 $\left(\frac{2 \times 0 + 1 \times 12}{2+1}, \frac{2 \times 12 + 1 \times 0}{2+1}\right)$,

선분 RR'을 1:2로 내분하는 점 Q의 좌표는 $\left(\frac{1 \times 0 + 2 \times 12}{1+2}, \frac{1 \times 12 + 2 \times 0}{1+2}\right)$

이므로 P(4, 8), Q(8, 4)이다.

직선 l1의 기울기 m은 $m = \frac{8-0}{4-0} = 2$ 이다.

따라서 직선 l1의 방정식은 $y = 2x$, 직선 l2의 방정식은 $y = \frac{1}{2}x$ 이다.

직선 BQ는 직선 l2와 수직이므로 기울기가 -2이고 점 Q(8, 4)를 지난다. 따라서 직선 BQ의 방정식은 $y = -2x + 20$ 이다.

직선 l1과 직선 BQ의 교점 B의 x좌표는 $2x = -2x + 20$ 에서 $4x = 20$, $x = 5$

이므로 B(5, 10)이다.

따라서 $\overline{BQ} = \sqrt{(8-5)^2 + (4-10)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$= \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

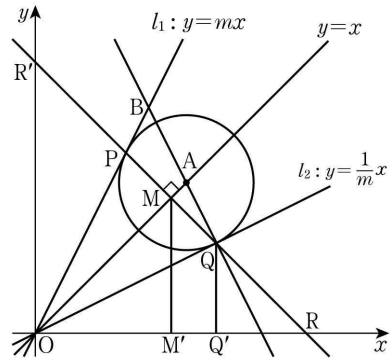
[다른 풀이]

선분 PQ의 중점을 M이라 하고 $\overline{PM} = \overline{MQ} = k (k > 0)$ 이라 하자.

$\overline{PQ} = \overline{QR} = 2k$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{MR} = 3k$

조건 (나)로부터 삼각형 OPQ의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2k \times 3k = 3k^2 = 24$ 이므로 $k = 2\sqrt{2}$

두 점 M, Q에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 M', Q'이라 하자.



$$\overline{OQ'} = \overline{OM'} + \overline{M'Q'}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\overline{OM} + \frac{1}{\sqrt{2}}\overline{MQ}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{2}}k + \frac{1}{\sqrt{2}}k$$

$$= \frac{4}{\sqrt{2}}k = 8$$

$$\overline{OQ'} = \frac{1}{\sqrt{2}}\overline{QR}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}}k = 4$$

이므로 Q(8, 4)이고 직선 OQ의 기울기 $\frac{1}{m}$ 은 $\frac{1}{m} = \frac{4-0}{8-0} = \frac{1}{2}$ 이므로 $m = 2$

따라서 직선 l1의 방정식은 $y = 2x$, 직선 l2의 방정식은 $y = \frac{1}{2}x$ 이다.

직선 BQ는 직선 l2와 수직이므로 기울기가 -2이고 점 Q(8, 4)를 지난다. 따라서 직선 BQ의 방정식은 $y = -2x + 20$ 이다.

직선 l1과 직선 BQ의 교점 B의 x좌표는 $2x = -2x + 20$ 에서 $4x = 20$

$x = 5$ 이므로 B(5, 10)이다.

따라서 $\overline{BQ} = \sqrt{(8-5)^2 + (4-10)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

22. [출제의도] 집합의 연산을 이용하여 원소의 합을 계산한다.

$A - B = \{8, 12\}$ 이므로 모든 원소의 합은 20

23. [출제의도] 선분의 외분을 이용하여 점의 좌표를 계산한다.

선분 AB를 2:1로 외분하는 점의 좌표는 $\left(\frac{2 \times 7 - 1 \times 3}{2-1}, \frac{2 \times 11 - 1 \times 3}{2-1}\right)$

즉, (11, 19)에서 $a = 11$, $b = 19$ 이므로 $a + b = 30$

24. [출제의도] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이해하여 미지수의 최솟값을 구한다.

직선 $y = -x + k$ 가 이차함수 $y = x^2 - 2x + 6$ 의 그래프와 만나므로 이차방정식 $x^2 - 2x + 6 = -x + k$ 가 실근을 가져야 한다.

이차방정식 $x^2 - x + 6 - k = 0$ 의 판별식을 D라 할 때, $D = (-1)^2 - 4 \times (6 - k) = -23 + 4k \geq 0$

$k \geq \frac{23}{4}$

따라서 자연수 k의 최솟값은 6

25. [출제의도] 도형의 평행이동을 이해하여 직선의 y 절편을 구한다.

점 A(3, -1)을 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 점 B의 좌표는 (3+1, -1-4), 즉 (4, -5)
 직선 AB의 기울기가 $\frac{-5-(-1)}{4-3} = -4$ 이므로 직선 AB의 방정식은 $y-(-5) = -4(x-4)$, 즉 $y = -4x+11$
 이 직선을 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 직선의 방정식은 $y-1 = -4(x-3)+11$, 즉 $y = -4x+24$ 이다.
 $y = -4x+24$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=24$ 이므로 y절편은 24

26. [출제의도] 명제의 참, 거짓을 이용하여 미지수의 값을 추론한다.

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하자.
 명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 $P \subset Q^c$ 에서 $Q \subset P^c$ 이다.
 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P^c \subset Q$ 이다.
 그러므로 $Q = P^c$ 이다.
 $p: 2x-a=0$ 에서 $P = \left\{ \frac{a}{2} \right\}$ 이고,
 $Q = P^c$ 에서 $Q = \left\{ x \mid x \neq \frac{a}{2} \text{인 실수} \right\}$ 이다.
 즉, 부등식 $x^2 - bx + 9 > 0$ 의 해가 $x \neq \frac{a}{2}$ 인 모든 실수이므로 이차함수 $y = x^2 - bx + 9$ 의 그래프는 x축에 접해야 한다. 따라서 이차방정식 $x^2 - bx + 9 = 0$ 의 판별식을 D라 할 때 $D = (-b)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$ 이다.
 즉, $b^2 = 36$ 이므로 양수 b의 값은 6이다.
 조건 $q: x^2 - 6x + 9 > 0$ 에서 $Q = \{x \mid x \neq 3 \text{인 실수}\}$ 이고 $\frac{a}{2} = 3$, $a = 6$ 이다.
 따라서 $a+b = 6+6 = 12$

27. [출제의도] 조합을 이용하여 조건을 만족시키는 함수의 개수를 구하는 문제를 해결한다.

조건 (가)에 의하여 집합 X의 6개의 원소 중에서 서로 다른 4개의 원소를 선택하면 f(1), f(2), f(3), f(4)의 값이 정해진다.
 즉, f(1), f(2), f(3), f(4)의 값을 선택하는 경우의 수는 ${}_6C_4 = {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$
 조건 (나)에 의하여 함수 f는 일대일대응이 아니다.
 (i) f(5)의 값이 f(1), f(2), f(3), f(4)의 값 중 하나의 값과 같을 때
 f(6)의 값은 집합 X의 6개의 원소 중 임의의 값이 될 수 있으므로 f(5), f(6)의 값을 선택하는 경우의 수는 ${}_4C_1 \times {}_6C_1 = 24$
 (ii) f(5)의 값이 f(1), f(2), f(3), f(4)의 값과 다를 때
 f(6)의 값은 f(1), f(2), f(3), f(4), f(5)의 값 중 하나의 값이 되어야 하므로 f(5), f(6)의 값을 선택하는 경우의 수는 ${}_2C_1 \times {}_5C_1 = 10$
 (i), (ii)에서 구하는 함수의 개수는 $15 \times (24+10) = 510$
[다른 풀이]
 조건 (가)에 의하여 집합 X의 6개의 원소 중에서 서로 다른 4개의 원소를 선택하면 f(1), f(2), f(3), f(4)의 값이 정해진다.
 즉, f(1), f(2), f(3), f(4)의 값을 선택하는 경우의 수는 ${}_6C_4 = {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$
 조건 (나)에 의하여 함수 f는 f(1), f(2), f(3), f(4), f(5), f(6) 중에서 적어도 두 개의 함수값이 같아야

한다. f(5), f(6)의 값으로 집합 X의 6개의 원소 중 임의의 값을 선택하는 경우 중에서 f(1), f(2), f(3), f(4)의 값이 아닌 나머지 2개의 원소를 각각 f(5), f(6)의 값으로 선택하는 경우를 제외하여야 하므로 그 경우의 수는 $6 \times 6 - {}_2P_2 = 34$
 따라서 구하는 함수의 개수는 $15 \times 34 = 510$

28. [출제의도] 주어진 조건을 만족시키는 집합을 추론한다.

$n(A) \times n((A \cup B)^c) = 15$ 에서 n(A)는 15의 양의 약수이다.
 (i) n(A) = 1일 때
 $A = \{2\}$ 이므로 $k=2$ 또는 $k=3$
 $k=2$ 이면 $U = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2\}$ 에서 $(A \cup B)^c = \emptyset$, $n((A \cup B)^c) = 0$ 이므로 조건을 만족시키지 않는다.
 $k=3$ 이면 $U = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3\}$ 에서 $(A \cup B)^c = \emptyset$, $n((A \cup B)^c) = 0$ 이므로 조건을 만족시키지 않는다.
 (ii) n(A) = 3일 때
 $A = \{2, 4, 6\}$ 이므로 $k=6$ 또는 $k=7$
 $k=6$ 이면 $U = \{1, 2, 3, \dots, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 에서 $(A \cup B)^c = \{5\}$, $n((A \cup B)^c) = 1$ 이므로 조건을 만족시키지 않는다.
 $k=7$ 이면 $U = \{1, 2, 3, \dots, 7\}$, $B = \{1, 7\}$ 에서 $(A \cup B)^c = \{3, 5\}$, $n((A \cup B)^c) = 2$ 이므로 조건을 만족시키지 않는다.
 (iii) n(A) = 5일 때
 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로 $k=10$ 또는 $k=11$
 $k=10$ 이면 $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, $B = \{1, 2, 5, 10\}$ 에서 $(A \cup B)^c = \{3, 7, 9\}$, $n((A \cup B)^c) = 3$ 이므로 조건을 만족시킨다.
 $k=11$ 이면 $U = \{1, 2, 3, \dots, 11\}$, $B = \{1, 11\}$ 에서 $(A \cup B)^c = \{3, 5, 7, 9\}$, $n((A \cup B)^c) = 4$ 이므로 조건을 만족시키지 않는다.
 (iv) n(A) = 15일 때
 $A = \{2, 4, 6, \dots, 30\}$ 이므로 $k=30$ 또는 $k=31$
 $k=30$ 이면 $U = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$, $B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ 에서 $(A \cup B)^c = \{7, 9, 11, 13, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29\}$, $n((A \cup B)^c) = 11$ 이므로 조건을 만족시키지 않는다.
 $k=31$ 이면 $U = \{1, 2, 3, \dots, 31\}$, $B = \{1, 31\}$ 에서 $(A \cup B)^c = \{3, 5, 7, \dots, 29\}$, $n((A \cup B)^c) = 14$ 이므로 조건을 만족시키지 않는다.
 (i) ~ (iv)에서 두 집합 A, B가 조건을 만족시키도록 하는 k는 $k=10$ 이고 $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{1, 2, 5, 10\}$, $(A \cup B)^c = \{3, 7, 9\}$ 이므로 집합 $(A \cup B)^c = \{3, 7, 9\}$ 의 모든 원소의 곱은 $3 \times 7 \times 9 = 189$

29. [출제의도] 다항식의 나눗셈과 항등식을 이용하여 미지수의 값을 구하는 문제를 해결한다.

조건 (가)에 의하여 다항식 f(x)는 계수와 상수항이 모두 실수인 일차식을 인수로 갖지 않으므로 계수와 상수항이 모두 실수인 삼차식도 인수로 갖지 않는다.
 조건 (나)에서 h(x)를 g(x)로 나눈 나머지가 일차식이므로 g(x)는 차수가 2 이상인 다항식이고 h(x)는 차수가 1 이상인 다항식이다. 두 다항식 g(x)와 h(x)의 차수는 2 또는 4이다.
 다항식 h(x)의 최고차항의 계수가 1이므로 다항식 h(x)의 차수가 4이면 $h(x) = f(x)$ 이다. 그러므로 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

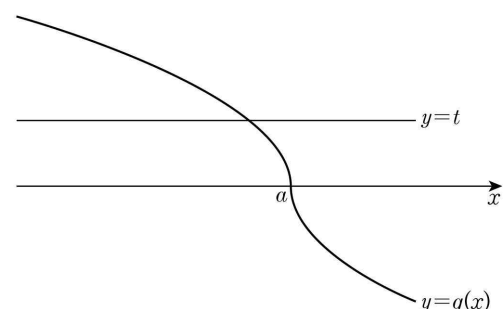
따라서 다항식 h(x)의 차수는 2이다.
 다항식 g(x)의 차수가 4이면, 다항식 h(x)를 g(x)로 나눈 나머지가 h(x)이므로, 조건 (나)를 만족시키지 않는다.
 따라서 두 다항식 g(x)와 h(x)는 각각 최고차항의 계수가 1인 이차식이고, 조건 (나)에 의하여 $h(x) = g(x) - 4x - 1$ 이다.
 그러므로 $g(x) \neq h(x)$ 이고 복소수 k에 대하여 g(x)와 h(x)가 일차식 $x-k$ 를 공통인수로 가지면 $g(k) = h(k) = 0$ 이고 $h(k) = g(k) - 4k - 1$ 에서 $k = -\frac{1}{4}$ 이다.

이때 $x = -\frac{1}{4}$ 은 방정식 $f(x) = 0$ 의 실근이 되어 조건 (가)를 만족시키지 않는다. 따라서 g(x)와 h(x)는 차수가 1 이상인 다항식을 공통인수로 갖지 않고 $f(x) = g(x)h(x)$ 이다.
 $g(x) = x^2 + px + q$ 라 하자. (단, p, q는 실수)
 $h(x) = g(x) - 4x - 1 = x^2 + px - 4x + q - 1$
 $f(x) = g(x)h(x)$ 에서 $x^4 + (a+2)x^3 + bx^2 + ax + 6 = (x^2 + px + q)(x^2 + px - 4x + q - 1)$
 양변의 상수항을 비교하면 $6 = q^2 - q$ 에서 $q^2 - q - 6 = (q+2)(q-3) = 0$
 $q = -2$ 또는 $q = 3$
 그런데 $q = -2$ 이면 이차방정식 $g(x) = x^2 + px - 2 = 0$ 의 판별식을 D라 할 때, $D = p^2 + 8 \geq 0$ 이므로 $g(x) = 0$ 은 실근을 갖고, 방정식 $f(x) = g(x)h(x) = 0$ 은 실근을 갖게 되어 조건 (가)를 만족시키지 않는다.
 따라서 $q = 3$ 이고

$g(x) = x^2 + px + 3$, $h(x) = x^2 + px - 4x + 2$
 $f(x) = g(x)h(x) = (x^2 + px + 3)(x^2 + px - 4x + 2)$ 에서 $x^4 + (a+2)x^3 + bx^2 + ax + 6 = x^4 + (2p-4)x^3 + (p^2 - 4p + 5)x^2 + (5p-12)x + 6$
 양변의 계수를 비교하면 $2p-4 = a+2$, $5p-12 = a$
 $2p-6 = 5p-12$ 에서 $p = 2$ 이고
 $g(x) = x^2 + 2x + 3$, $h(x) = x^2 - 2x + 2$ 이다.
 이차방정식 $g(x) = x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 판별식을 D_1 이라 할 때, $\frac{D_1}{4} = 1^2 - 3 = -2 < 0$ 이므로 이차방정식 $g(x) = 0$ 은 실근을 갖지 않는다.
 이차방정식 $h(x) = x^2 - 2x + 2 = 0$ 의 판별식을 D_2 라 할 때, $\frac{D_2}{4} = (-1)^2 - 2 = -1 < 0$ 이므로 이차방정식 $h(x) = 0$ 은 실근을 갖지 않는다.
 그러므로 방정식 $f(x) = g(x)h(x) = 0$ 은 실근을 갖지 않고, 두 다항식 $g(x) = x^2 + 2x + 3$, $h(x) = x^2 - 2x + 2$ 는 조건을 만족시킨다.
 따라서 $a = 5p - 12 = -2$, $b = p^2 - 4p + 5 = 1$
 $a^2 + b^2 = (-2)^2 + 1^2 = 5$

30. [출제의도] 무리함수의 그래프를 이용하여 함수값을 구하는 문제를 해결한다.

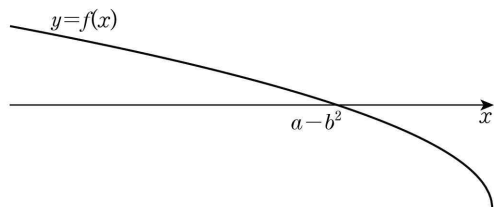
(i) $b \leq 0$ 일 때 $g(x) = \begin{cases} \sqrt{-x+a} & (x \leq a) \\ -\sqrt{x-a} & (x > a) \end{cases}$
 이므로 함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



그림과 같이 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 의 교점의 개수는 항상 1이므로 $h(t)=1$ 그러므로 조건 (가)를 만족시키지 않는다.

(ii) $b > 0$ 일 때

$0 = \sqrt{-x+a-b}$ 에서 $x = a-b^2$ 이므로 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



$x \leq a-b^2$ 이면 $f(x) \geq 0$ 이므로

$$g(x) = |f(x)| + b = f(x) + b = \sqrt{-x+a}$$

$a-b^2 < x \leq a$ 이면 $f(x) < 0$ 이므로

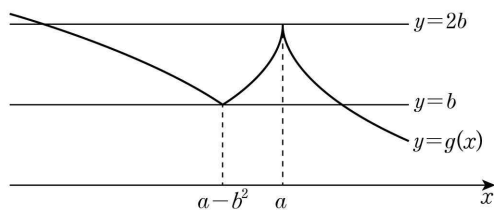
$$g(x) = |f(x)| + b = -f(x) + b = -\sqrt{-x+a+2b}$$

$x > a$ 일 때

$$\begin{aligned} g(x) &= -f(-x+2a) + |b| \\ &= -\sqrt{-(-x+2a)+a} + b + |b| \\ &= -\sqrt{x-a} + 2b \end{aligned}$$

그러므로 함수 $g(x)$ 는 다음과 같다.

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{-x+a} & (x \leq a-b^2) \\ -\sqrt{-x+a} + 2b & (a-b^2 < x \leq a) \\ -\sqrt{x-a} + 2b & (x > a) \end{cases}$$



$h(t) \leq 3$ 이고 $h(\alpha) \times h(\beta) = 4$ 에서

$h(\alpha) = h(\beta) = 2$ 이므로 조건 (가)를 만족시키는 실수 α, β 의 값은 $\alpha = b, \beta = 2b$ 이다.

조건 (나)에서 x 에 대한 방정식

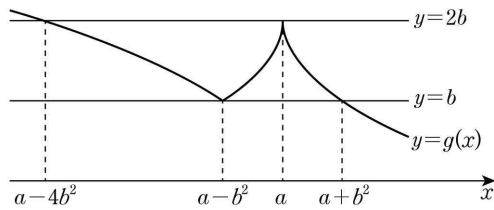
$\{g(x)-\alpha\}\{g(x)-\beta\}=0$ 의 서로 다른 실근은 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 두 직선 $y=\alpha, y=\beta$ 의 교점의 x 좌표이므로 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

그러므로 x 에 대한 방정식

$\{g(x)-\alpha\}\{g(x)-\beta\}=0$ 의 서로 다른 실근 중 최솟값은 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=2b$ 의 교점의 x 좌표 중 a 가 아닌 값이고, 최댓값은 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=b$ 의 교점의 x 좌표 중 $a-b^2$ 이 아닌 값이다.

즉, $-30 < a-b^2 < a < 15$ 이고

$g(-30) = 2b, g(15) = b$ 이다.



$g(-30) = 2b$ 에서

$$\sqrt{30+a} = 2b, 30+a = 4b^2$$

$$a - 4b^2 = -30 \dots \textcircled{1}$$

$g(15) = b$ 에서

$$-\sqrt{15-a} + 2b = b, -\sqrt{15-a} = -b, 15-a = b^2$$

$$a + b^2 = 15 \dots \textcircled{2}$$

이므로 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하면 $a = 6, b = 3$ 이고

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{-x+6} & (x \leq -3) \\ -\sqrt{-x+6} + 6 & (-3 < x \leq 6) \\ -\sqrt{x-6} + 6 & (x > 6) \end{cases}$$

$$\{g(150)\}^2 = (-\sqrt{150-6} + 6)^2 = 36$$

• 영어 영역 •

정답

1	③	2	①	3	①	4	④	5	⑤
6	③	7	②	8	⑤	9	⑤	10	①
11	①	12	①	13	②	14	②	15	②
16	⑤	17	③	18	②	19	⑤	20	①
21	④	22	②	23	⑤	24	⑤	25	⑤
26	④	27	③	28	④	29	④	30	③
31	③	32	②	33	③	34	④	35	③
36	⑤	37	②	38	③	39	②	40	①
41	①	42	④	43	④	44	④	45	②

해설

1. [출제의도] 담화의 목적을 추론한다.

M: Good morning, students. This is your vice principal, Mr. Gunning. I have an announcement regarding our 'Spring Flower Photo Day' event this afternoon. As you know, we planned to take pictures of beautiful spring flowers as we walk around our neighborhood. I regret to inform you that the event is canceled due to heavy rain. I understand you've been looking forward to it, but unfortunately it appears we won't be able to get the best photos today. We will reschedule the event for a sunny day in the near future. Please understand that this decision was made to ensure that the event will be a success.

vice principal 교감
regarding ~에 관한

2. [출제의도] 대화자의 의견을 추론한다.

W: Liam, what's that bunch of paper in your hand?
M: It's a deck of flashcards for memorizing new words, but it doesn't work well for me.
W: Really? Why not? I think flashcards are helpful for learning vocabulary.
M: I thought so, too. But looking at the word on one side of the card and the meaning on the back is too boring.
W: Hmm, how about using them in a more interesting way?
M: A more interesting way to use flashcards? What do you mean?
W: Ask a friend to read the meaning on the back, and you shout out the word as the answer.
M: Oh, you mean like asking and answering questions in a quiz?
W: That's right. By using flashcards for quizzes, you can learn new words while having fun.
M: I like your idea a lot. I'll give it a try!

bunch 묶음
deck (카드) 한 벌

3. [출제의도] 담화의 요지를 추론한다.

M: Hello, everyone. I'm Charlie Goodman, your speaker today. I'll be discussing the most effective way to maintain an organized room. Let's start by reflecting on the items in your room. Do you really use everything every day? Probably not. The most important thing to do to keep a clean room is to get rid of things

you no longer need. Don't keep your room filled with items untouched for more than six months. If you haven't used an item in six months, it likely means you won't use it again! If you remove unnecessary items, you can keep your room nice and neat.

effective 효과적인

organized 정돈된

reflect on ~에 대해 곰곰이 생각해 보다

probably 아마도

get rid of 제거하다

untouched 손대지 않은

4. [출제의도] 그림과 대화의 일치 여부를 파악한다.

W: I've just finished setting up my booth to sell used items. How does it look?
M: Wow! Everything looks nice, especially the banner hanging under the roof. People can see it well.
W: I think so, too. I also hope people like this striped dress in the corner.
M: I bet they will. What about the wooden box here? Is it a used one, too?
W: Yes. To make it look better, I put some flowers in it.
M: They really catch the eye. Also, the shoes on the table look almost new.
W: I haven't worn them much because they are a bit small for me. So I've decided to sell them. The guitar beside the table is almost new, too.
M: Oh, I like it the most. I hope you can sell everything you prepared!

banner 배너, 깃발

striped 줄무늬의

bet 장담하다, 내기를 걸다

5. [출제의도] 대화자가 할 일을 추론한다.

W: We're almost done with our report on climate change. Why don't we check it together to see if everything is okay?
M: That's a good idea. Are you sure we included every graph we made?
W: Yes, they are all there in the report. They clearly show the causes of climate change that we've researched.
M: Good to hear that. How about the pictures? We've chosen the five best pictures.
W: They look very convincing. What do you think about the part discussing the students' awareness? Many of our friends participated in our survey.
M: The survey results show that many students know how serious it is. How about the action plans?
W: We have two action plans here, but I think we need more. Could you send me the data from our research?
M: Sure. I'll send the data this afternoon.

convincing 설득력이 있는

awareness 인식, 의식

action plan 실천 계획

6. [출제의도] 수치를 파악한다.

W: Honey, how about getting a pizza from Toby's Place for dinner?
M: Sounds great! Let's try the new delivery app that I downloaded recently. [Pause] Hmm... How about a potato pizza?
W: I like that idea. How much is one large potato pizza?