

# 수 학 시 험 문 제 (자연계 A형)

지망모집단위:

수험번호:

성명:

- \* 문제지의 각 페이지가 모두 A형인지 확인 바랍니다.
- \* 본 대학교 2023학년도 편입학모집 자연계열 필답고사는 총 7쪽 25문항이며, 총점은 200점입니다.
- \* 문항별 배점은 문항 번호 옆에 표시되어 있습니다.
- \* 오답감점제가 시행되며 틀린 답은 배점의  $\frac{1}{5}$ 만큼 감점 됩니다. 무응답은 감점이 없습니다.
- \* 답안은 별도의 OMR 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 표기하여야 합니다.
- \* 연습장, 계산기 및 전자기기는 사용할 수 없습니다.

1. [7.1점] 함수  $f(x, y) = x \arctan(xy)$ 에 대하여 편미분계수  $f_x(1, -1)$ 을 구하면?

- ①  $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$       ②  $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$       ③  $\frac{\pi}{4}$   
 ④  $-\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$       ⑤  $-\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$

2. [7.1점] 극한  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sqrt{x^2 + 4} - 2)}{\cos(xe^x) - 1}$ 를 구하면?

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $-\frac{1}{4}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $-\frac{1}{2}$       ⑤ 1

3. [7.1점] 정적분  $\int_0^1 \tanh^3 x dx$ 를 구하면?

- ①  $\ln(\cosh 1) - \frac{\tanh^2 1}{2}$       ②  $\ln(\cosh 1) + \frac{\tanh^2 1}{2}$   
 ③  $\frac{\ln(\cosh 1)}{2} - \frac{\tanh^2 1}{3}$       ④  $\frac{\ln(\cosh 1)}{2} + \frac{\tanh^2 1}{3}$   
 ⑤  $\ln(\cosh 1) - \frac{\tanh^2 1}{3}$

4. [7.1점] 극곡선  $r = \theta^2$  ( $0 \leq \theta \leq \sqrt{5}$ )의 길이를 구하면?

- ① 5      ②  $\frac{16}{3}$       ③  $\frac{17}{3}$       ④ 6      ⑤  $\frac{19}{3}$

5. [7.4점] 영역  $D = \{(x, y) | x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$  에서  
 함수  $f(x, y) = e^{x^2-2y^2}$  의 최댓값과 최솟값의 곱을  
 구하면?

- ①  $\frac{1}{e^2}$     ②  $\frac{1}{e}$     ③ 1    ④  $e$     ⑤  $e^2$

6. [7.4점] 곡선  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  위에서 함수  $f(x, y) = x^3y$  의  
 최댓값을 구하면?

- ①  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     ②  $\sqrt{3}$     ③  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$     ④  $2\sqrt{3}$     ⑤  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

7. [7.4점] 급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n(2n-1)3^n}$  의 값을 구하면?

- ①  $\frac{\sqrt{3}\pi}{18} - \frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}$     ②  $\frac{\sqrt{3}\pi}{6} - \frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}$   
 ③  $\frac{\sqrt{3}\pi}{18} - \frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}$     ④  $\frac{\sqrt{3}\pi}{6} - \frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}$   
 ⑤  $\frac{\sqrt{3}\pi}{18} - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{3}$

8. [7.4점]  $3 \times 3$  행렬  $A$ 의 특성다항식이  $\lambda^3 - \lambda^2 + \lambda - 1$   
 일 때,  $A^{101}$  을 구하면?

- ①  $A$     ②  $-A$     ③  $A^2$   
 ④  $-A^2$     ⑤  $A^2 - A + I$

9. [7.7점] 다음 특이적분 중에서 수렴하는 것만을 있는 대로 고르면?

$$\boxed{(\neg) \int_0^1 \ln x \, dx \quad (\wr) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2+1} \, dx \quad (\sqsubset) \int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} \, dx}$$

- ①  $\neg$                       ②  $\neg, \wr$                       ③  $\neg, \sqsubset$   
 ④  $\wr, \sqsubset$                       ⑤  $\neg, \wr, \sqsubset$

10. [7.7점] 정적분  $\int_0^1 \frac{1}{(x^2+1)^2} \, dx$  를 구하면?

- ①  $\frac{1}{2} + \frac{\pi}{6}$                       ②  $\frac{1}{3} + \frac{\pi}{7}$                       ③  $\frac{1}{4} + \frac{\pi}{8}$   
 ④  $\frac{1}{5} + \frac{\pi}{9}$                       ⑤  $\frac{1}{6} + \frac{\pi}{10}$

11. [7.7점] 다음 행렬에 관한 설명중 옳지 않은 것을 고르면?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & i & 0 & 2 \\ -i & -1 & 1 & 1+i \\ 0 & 1 & -1 & 4 \\ 2 & 1-i & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

- ①  $A^* = A$   
 ②  $A$ 는 유니타리 대각화가 가능하다.  
 ③  $A$ 의 고윳값은 모두 실수이다.  
 ④  $v$ 가  $A$ 의 고유벡터이면  $A^*v$ 도  $A$ 의 고유벡터이다.  
 ⑤  $A$ 의 고윳값의 절댓값은 모두 1이다.

12. [7.7점]  $f(x) = e^x \{ \sin(x^2) + \sin(x^3) \}$ 에 대하여  $f^{(6)}(0)$ 의 값을 구하면? (단,  $f^{(n)}(x)$ 는  $f(x)$ 의  $n$ 계 도함수를 의미한다.)

- ① 10                      ② 20                      ③ 30                      ④ 40                      ⑤ 50

13. [8.1점] 중심이  $(0,1)$  이고 반지름의 길이가 1인 원을  $x$  축을 중심으로 회전시켜 얻은 회전면의 넓이를 구하면?

- ①  $4\pi^2 - 8\pi$       ②  $4\pi^2$       ③  $8\pi$   
 ④  $4\pi^2 + 8\pi$       ⑤  $6\pi^2$

14. [8.1점] 다음 두 극곡선의 내부에 공통으로 놓인 영역의 넓이를 구하면?

$$r = 1 - \cos \theta, \quad r = 1 + \cos \theta$$

- ①  $\frac{3\pi}{2} - \frac{9}{2}$       ②  $\frac{3\pi}{2} - 4$       ③  $\frac{3\pi}{2} - \frac{7}{2}$   
 ④  $\frac{5\pi}{2} - \frac{15}{2}$       ⑤  $\frac{5\pi}{2} - 7$

15. [8.1점] 곡선  $y = \arccos(\sin x)$  와 직선  $y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}$  의 교점의 개수를 구하면?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

16. [8.1점] 다음 행렬의 모든 고윳값의 제곱의 합을  $f(a)$  라 하자. 다항식  $f(a)$  의 모든 계수의 합을 구하면?

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & a \\ 4 & a & 2 \\ a & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

- ① 30      ② 41      ③ 52      ④ 63      ⑤ 74

17. [8.5점] 곡면  $S : x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 와 벡터마당  $\mathbf{F}(x, y, z) = \langle x + x^2 \sin y, x \cos y, -xz \sin y \rangle$ 에 대하여 면적분  $\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$ 를 구하면? (단,  $\mathbf{n}$ 은 곡면  $S$ 의 각 점에서 바깥쪽을 향하는 단위법선벡터이다.)

- ①  $36\pi$     ②  $42\pi$     ③  $48\pi$     ④  $54\pi$     ⑤  $60\pi$

18. [8.5점] 다음 함수  $f$ 에 대하여  $f_{yx}(0, 0)$ 의 값을 구하면?

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^3y}{x^2 + y^2} & ((x, y) \neq (0, 0) \text{ 일 때}) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0) \text{ 일 때}) \end{cases}$$

- ① 존재하지 않는다    ② 0  
 ③ 1    ④ 2  
 ⑤ 6

19. [8.5점]  $x \geq 0$ 에서 정의된 연속 함수  $f(x)$ 는  $f(x) \geq 0$ 을 만족시킨다. 모든 양의 실수  $a$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$ ,  $x$ 축,  $y$ 축 및 직선  $x = a$ 로 둘러싸인 영역을  $y$ 축을 중심으로 회전시켜 얻은 입체의 부피는  $a^4$ 이다.  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ 에서 곡선  $y = f(x)$ 의 길이를 구하면?

- ①  $\frac{\sqrt{2}\pi}{8} + \frac{\pi}{8} \ln(1 + \sqrt{2})$   
 ②  $\frac{5\pi}{18} + \frac{\pi}{8} \ln 3$   
 ③  $\frac{\sqrt{5}\pi}{4} + \frac{\pi}{8} \ln(2 + \sqrt{5})$   
 ④  $\frac{\sqrt{17}\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \ln(4 + \sqrt{17})$   
 ⑤  $\sqrt{65}\pi + \frac{\pi}{8} \ln(8 + \sqrt{65})$

20. [8.5점] 곡선  $C$ 가  $(-2, 0)$ 부터  $(2, 0)$ 까지의 반원  $y = -\sqrt{4 - x^2}$ 일 때, 다음 선적분을 구하면?

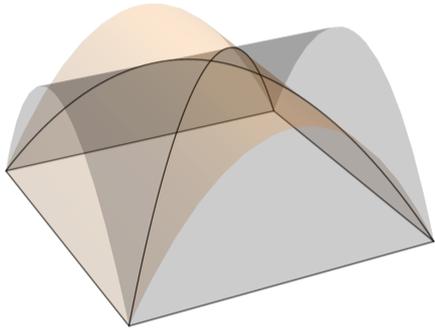
$$\int_C (4y - 3x^2) dx + (6x + \sqrt{y^6 + 1}) dy$$

- ①  $8\pi - 16$     ②  $6\pi$     ③  $6\pi + 4$   
 ④  $4\pi - 16$     ⑤  $4\pi + 4$

21. [8.8점] 좌표공간에서 다음과 같이 정의되는 입체  $E$ 의 겉넓이를 구하면?

$$E = \{(x, y, z) \mid 0 \leq z \leq 1 - x^2, 0 \leq z \leq 1 - y^2\}$$

- ①  $\frac{10}{3}(\sqrt{5} + 1)$     ②  $4\sqrt{5} + 3$     ③  $\frac{4}{3}(5\sqrt{5} - 3)$   
 ④  $\frac{5}{3}(5\sqrt{5} - 4)$     ⑤  $10\sqrt{5} - 11$



22. [8.8점] 곡선  $C$ 가 평면  $x - y + z = 1$ 과 원기둥  $x^2 + y^2 = 1$ 의 교선일 때, 선적분  $\int_C 2zdx - xdy + e^{z^2} dz$ 의 값을 구하면? (단,  $C$ 의 방향은 위에서 봤을 때 시계 반대 방향이다.)

- ①  $-\pi$     ②  $-2\pi$     ③  $-3\pi$     ④  $-4\pi$     ⑤  $-5\pi$

23. [8.8점] 벡터마당  $\mathbf{F}(x, y, z) = \langle 3y, x, e^{z^3} \rangle$ 이고, 곡면  $S$ 는 타원면  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$  중에서  $z \geq 0$ 인 부분일 때, 면적분  $\iint_S \text{curl} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$ 를 구하면? (단,  $\mathbf{n}$ 은 곡면  $S$ 의 각 점에서 위쪽을 향하는 단위법선벡터이다.)

- ①  $-\pi$     ②  $-\sqrt{2}\pi$     ③  $-\sqrt{3}\pi$   
 ④  $-2\pi$     ⑤  $-\sqrt{5}\pi$

24. [9.2점] 좌표 평면에서 다음과 같이 정의되는 영역  $R$ 에 대하여 이중적분  $\iint_R e^{-4x^2+4xy-7y^2} dA$ 를 구하면?

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4x^2 - 4xy + 7y^2 \leq 1\}$$

- ①  $\frac{\pi\sqrt{3}}{9} \left(1 - \frac{1}{e}\right)$       ②  $\frac{\pi}{5} \left(1 - \frac{1}{e}\right)$   
 ③  $\frac{\pi\sqrt{5}}{11} \left(1 - \frac{1}{e}\right)$       ④  $\frac{\pi\sqrt{6}}{12} \left(1 - \frac{1}{e}\right)$   
 ⑤  $\frac{\pi\sqrt{7}}{13} \left(1 - \frac{1}{e}\right)$

25. [9.2점] 자연수  $n$ 에 대하여  $n \times n$  행렬  $A_n$ 의  $(i, j)$  성분  $a_{ij}$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$a_{ij} = \begin{cases} -j & (i = j - 1) \\ j & (i = j \text{ 또는 } i = j + 1) \\ 0 & (\text{그 외}) \end{cases}$$

$\frac{\det(A_{10})}{\det(A_9)}$ 을 구하면?

- ①  $\frac{174}{11}$     ②  $\frac{175}{11}$     ③  $\frac{176}{11}$     ④  $\frac{177}{11}$     ⑤  $\frac{178}{11}$

$$A_n = \begin{bmatrix} 1 & -2 & & & & \\ 1 & 2 & -3 & & & \text{O} \\ & 2 & 3 & -4 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ \text{O} & & & n-2 & n-1 & -n \\ & & & & n-1 & n \end{bmatrix}$$