

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $i(1-i)$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① $-1-i$ ② $-1+i$ ③ i ④ $1-i$ ⑤ $1+i$

2. 두 다항식 $A=2x^2-4x+3$, $B=-x^2+9x+6$ 에 대하여 $A+B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① x^2+5x+9 ② x^2+5x-9 ③ x^2-5x+9
 ④ $-x^2+5x+9$ ⑤ $-x^2-5x+9$

3. x 에 대한 다항식 x^3-2x^2-8x+a 가 $x-3$ 으로 나누어떨어질 때, 상수 a 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

4. 등식

$$x^2+ax-3=x(x+2)+b$$

가 x 에 대한 항등식일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

5. 부등식 $|2x-3| < 5$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

[3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

6. 이차함수 $y = x^2 + 5x + 9$ 의 그래프와 직선 $y = x + k$ 가 만나지 않도록 하는 자연수 k 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. $\frac{2022 \times (2023^2 + 2024)}{2024 \times 2023 + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① 2018 ② 2020 ③ 2022 ④ 2024 ⑤ 2026

8. $x = 1 - 2i$, $y = 1 + 2i$ 일 때, $x^3y + xy^3 - x^2 - y^2$ 의 값은?
(단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

- ① -24 ② -22 ③ -20 ④ -18 ⑤ -16

9. 연립방정식

$$\begin{cases} 4x^2 - y^2 = 27 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha$, $y = \beta$ 라 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

10. x 에 대한 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 - i$ 일 때, $b - a$ 의 값은? (단, a , b 는 실수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

11. 최고차항의 계수가 1인 이차다항식 $P(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $P(4)$ 의 값은? [3점]

- (가) $P(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 1이다.
 (나) $xP(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 2이다.

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 - (2a+1)x^2 + (a+1)^2x - (a^2+1) = 0$ 의 서로 다른 두 허근을 α, β 라 하자. $\alpha + \beta = 8$ 일 때, $\alpha\beta$ 의 값은? (단, a 는 실수이다.) [3점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

13. x 에 대한 다항식 $x^5 + ax^2 + (a+1)x + 2$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫은 $Q(x)$ 이고 나머지는 6이다. $a+Q(2)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 33 ② 35 ③ 37 ④ 39 ⑤ 41

14. 분자 사이에 인력이나 반발력이 작용하지 않고 분자의 크기를 무시할 수 있는 가상의 기체를 이상 기체라 한다. 강철 용기에 들어 있는 이상 기체의 부피를 $V(L)$, 몰수를 $n(\text{mol})$, 절대 온도를 $T(K)$, 압력을 $P(\text{atm})$ 이라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$V = R \left(\frac{nT}{P} \right) \quad (\text{단, } R \text{는 기체 상수이다.})$$

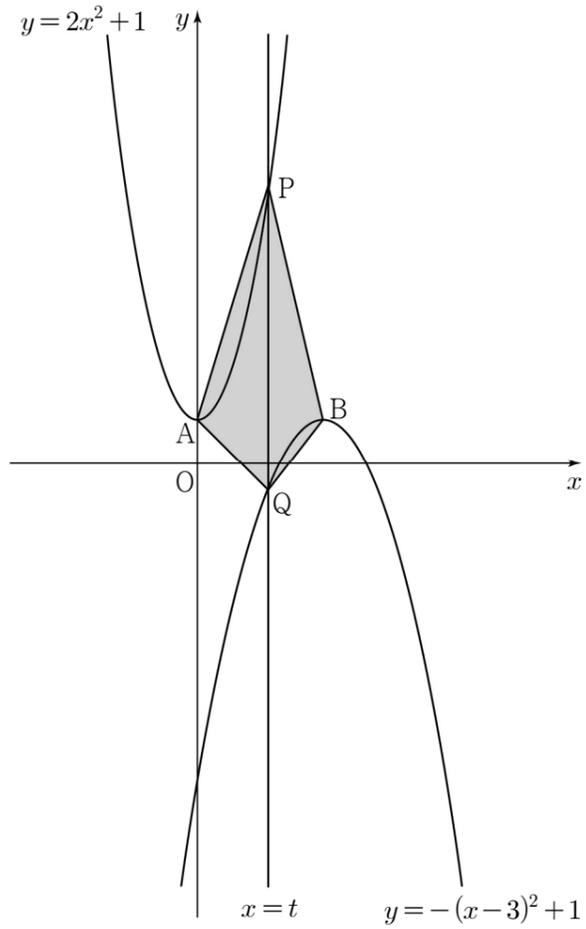
강철 용기 A 와 강철 용기 B 에 부피가 각각 V_A, V_B 인 이상 기체가 들어 있다. 강철 용기 A 에 담긴 이상 기체의 몰수는 강철 용기 B 에 담긴 이상 기체의 몰수의 $\frac{1}{4}$ 배이고, 강철 용기 A 에 담긴 이상 기체의 압력은 강철 용기 B 에 담긴 이상 기체의 압력의 $\frac{3}{2}$ 배이다.

강철 용기 A 와 강철 용기 B 에 담긴 이상 기체의 절대 온도가 같을 때, $\frac{V_A}{V_B}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

15. 그림과 같이 직선 $x=t(0 < t < 3)$ 이

두 이차함수 $y=2x^2+1$, $y=-(x-3)^2+1$ 의 그래프와
만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 두 점 A(0, 1), B(3, 1)에
대하여 사각형 PAQB의 넓이의 최솟값은? [4점]

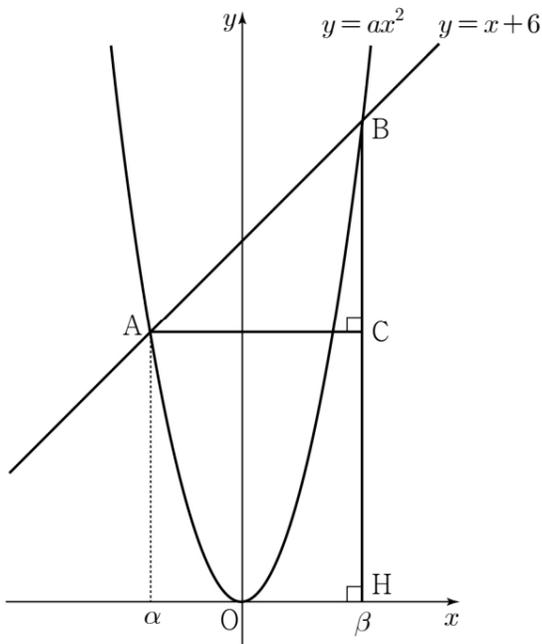


- ① $\frac{15}{2}$ ② 9 ③ $\frac{21}{2}$ ④ 12 ⑤ $\frac{27}{2}$

16. x 에 대한 삼차방정식 $(x-a)\{x^2+(1-3a)x+4\}=0$ 이
서로 다른 세 실근 1, α , β 를 가질 때, $\alpha\beta$ 의 값은?
(단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

17. 그림과 같이 이차함수 $y=ax^2$ ($a>0$)의 그래프와 직선 $y=x+6$ 이 만나는 두 점 A, B의 x 좌표를 각각 α, β 라 하자. 점 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 H, 점 A에서 선분 BH에 내린 수선의 발을 C라 하자. $\overline{BC}=\frac{7}{2}$ 일 때, $\alpha^2+\beta^2$ 의 값은? (단, $\alpha<\beta$) [4점]



- ① $\frac{23}{4}$ ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{27}{4}$ ④ $\frac{29}{4}$ ⑤ $\frac{31}{4}$

18. 다음은 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 사차방정식

$$4x^4 - 4(n+2)x^2 + (n-2)^2 = 0$$

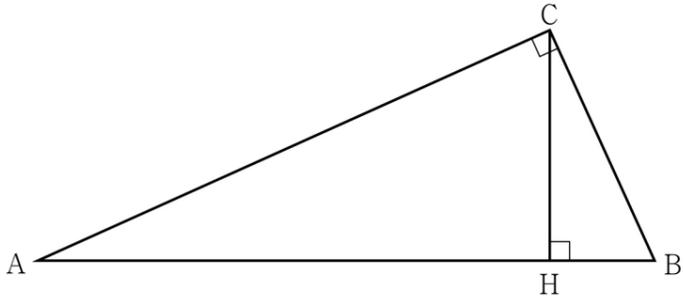
이 서로 다른 네 개의 정수해를 갖도록 하는 20 이하의 모든 n 의 값을 구하는 과정이다.

$P(x)=4x^4-4(n+2)x^2+(n-2)^2$ 이라 하자.
 $x^2=X$ 라 하면 주어진 방정식 $P(x)=0$ 은
 $4X^2-4(n+2)X+(n-2)^2=0$ 이고
 근의 공식에 의해 $X=\frac{n+2\pm\sqrt{\text{(가)}}}{2}$ 이다.
 그러므로 $X=\left(\sqrt{\frac{n}{2}}+1\right)^2$ 또는 $X=\left(\sqrt{\frac{n}{2}}-1\right)^2$ 에서
 $x=\sqrt{\frac{n}{2}}+1$ 또는 $x=-\sqrt{\frac{n}{2}}-1$ 또는 $x=\sqrt{\frac{n}{2}}-1$
 또는 $x=-\sqrt{\frac{n}{2}}+1$ 이다.
 방정식 $P(x)=0$ 이 정수해를 갖기 위해서는 $\sqrt{\frac{n}{2}}$ 이 자연수가
 되어야 한다.
 따라서 자연수 n 에 대하여 방정식 $P(x)=0$ 이 서로 다른
 네 개의 정수해를 갖도록 하는 20 이하의 모든 n 의 값은
 (나), (다)이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b 라 할 때, $f(b-a)$ 의 값은? (단, $a<b$) [4점]

- ① 48 ② 56 ③ 64 ④ 72 ⑤ 80

19. 그림과 같이 선분 AB를 빗변으로 하는 직각삼각형 ABC가 있다. 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{CH}=1$ 이고 삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{4}{3}$ 이다.



$\overline{BH}=x$ 라 할 때, $3x^3-5x^2+4x+7$ 의 값은? (단, $x < 1$) [4점]

- ① $13-3\sqrt{7}$ ② $14-3\sqrt{7}$ ③ $15-3\sqrt{7}$
 ④ $16-3\sqrt{7}$ ⑤ $17-3\sqrt{7}$

20. 실수 a 에 대하여 이차함수 $f(x)=(x-a)^2$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $2 \leq x \leq 10$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 0이다.
 (나) $2 \leq x \leq 6$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값과
 $6 \leq x \leq 10$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 같다.

$f(-1)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?
 [4점]

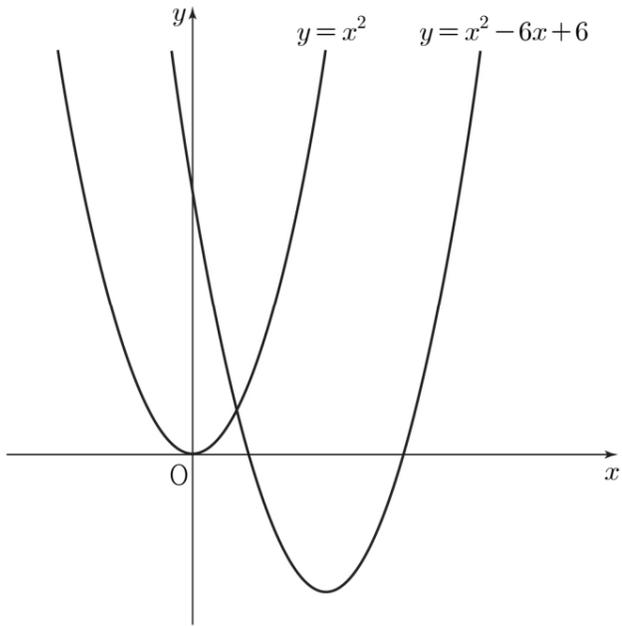
- ① 34 ② 35 ③ 36 ④ 37 ⑤ 38

21. 1이 아닌 양수 k 에 대하여 직선 $y=k$ 와 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고,
 직선 $y=k$ 와 이차함수 $y=x^2-6x+6$ 의 그래프가 만나는 두 점을 각각 C, D라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작고, 점 C의 x 좌표는 점 D의 x 좌표보다 작다.) [4점]

— <보 기> —

ㄱ. $k=6$ 일 때, $\overline{CD}=6$ 이다.
 ㄴ. k 의 값에 관계없이 $\overline{CD}^2 - \overline{AB}^2$ 의 값은 일정하다.
 ㄷ. $\overline{CD} + \overline{AB} = 4$ 일 때, $k + \overline{BC} = \frac{17}{16}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



단답형

22. 다항식 $(4x-y-3z)^2$ 의 전개식에서 yz 의 계수를 구하시오. [3점]

23. x 에 대한 부등식 $x^2+ax+b \leq 0$ 의 해가 $-2 \leq x \leq 4$ 일 때, ab 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

24. 다항식 x^3+2 를 $(x+1)(x-2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $ax+b$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

26. 다음은 삼차다항식 $P(x)=ax^3+bx^2+cx+11$ 을 $x-3$ 으로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하는 과정의 일부를 나타낸 것이다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & a & b & c & 11 \\ & & \square & \square & \square \\ \hline & 1 & 1 & -2 & 5 \end{array}$$

- $P(x)$ 를 $x-4$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오. (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

25. 이차방정식 $x^2-6x+11=0$ 의 서로 다른 두 허근을 α, β 라 할 때, $11\left(\frac{\bar{\alpha}}{\alpha}+\frac{\bar{\beta}}{\beta}\right)$ 의 값을 구하시오. (단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켈레복소수이다.) [3점]

27. 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} |x-n| > 2 \\ x^2 - 14x + 40 \leq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 자연수 x 의 개수가 2가 되도록 하는 모든 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - 4x + \frac{25}{4}$ 의 그래프가

직선 $y = ax$ ($a > 0$)과 한 점 A에서만 만난다.

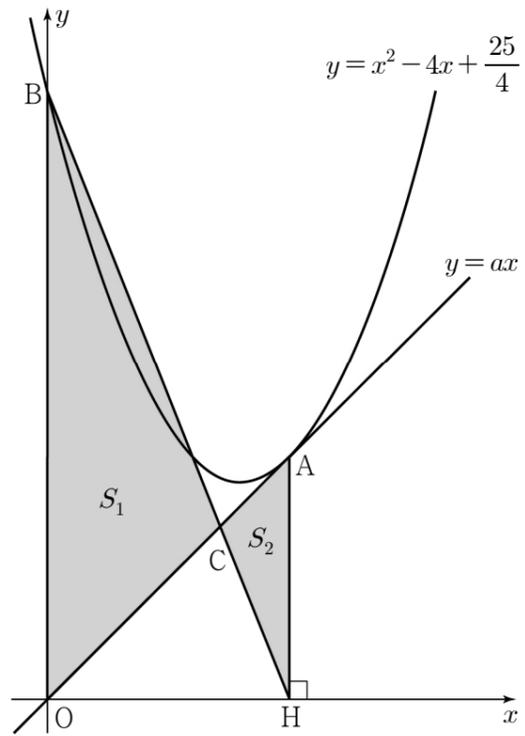
이차함수 $y = x^2 - 4x + \frac{25}{4}$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 B,

점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 H라 하고, 선분 OA와 선분 BH가 만나는 점을 C라 하자.

삼각형 BOC의 넓이를 S_1 , 삼각형 ACH의 넓이를 S_2 라 할 때,

$S_1 - S_2 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고,

p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 49 이하의 두 자연수 m, n 이

$$\left\{ \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}} \right)^m - i^n \right\}^2 = 4$$

를 만족시킬 때, $m+n$ 의 최댓값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$)
[4점]

30. 두 이차함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 x 축과 한 점 $(0, 0)$ 에서만 만난다.
 (나) 부등식 $f(x)+g(x) \geq 0$ 의 해는 $x \geq 2$ 이다.
 (다) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)-g(x) \geq f(1)-g(1)$ 이다.

x 에 대한 방정식 $\{f(x)-k\} \times \{g(x)-k\} = 0$ 이 실근을 갖지 않도록 하는 정수 k 의 개수가 5일 때, $f(22)+g(22)$ 의 최댓값을 구하시오.
[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.