

2023학년도 중앙대학교

## 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

<2023. 1. 8(일) 12:30 ~ 13:30>

대 학		모집단위	
수험번호		성 명	

◆ 답안 작성시 유의 사항 ◆

- 문제지는 표지를 제외하고 총 30문항 7면으로 인쇄되어 있습니다.
- 문제지 유형을 확인하고 OMR 답안지에 반드시 표기하여야 합니다.
- OMR 답안지의 수험번호 및 답안 표기란에는 반드시 컴퓨터용 수성 사인펜으로 표기하셔야 합니다.



2023학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[1] (3.5점) 선형변환  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  가  $T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$  을 만족한다고 하자.  $T$ 의

핵(kernel)에 속하는 점과 점  $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$  사이의 최소 거리는?

- ①  $\sqrt{8}$                       ②  $\sqrt{10}$                       ③  $\sqrt{12}$                       ④  $\sqrt{14}$

[2] (4점) 두 부등식  $x^2 + y^2 \geq 4$ ,  $x^2 + (y - \sqrt{3})^2 \leq 1$  을 만족하는 점들이 이루는 영역의 넓이는?

- ①  $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$                       ②  $\sqrt{6} - \frac{\pi}{3}$                       ③  $\sqrt{3} - \frac{\pi}{4}$                       ④  $\sqrt{6} - \frac{\pi}{4}$

[3] (3.5점) 차수가 2 이하인 다항식으로 이루어진 벡터공간  $\mathbb{P}_2$  에 정의된 선형사상  $T: \mathbb{P}_2 \rightarrow \mathbb{P}_2$  가 주어져 있다.  $\mathbb{P}_2$ 의 순서기저(ordered basis)  $B = \{1 + t^2, t + t^2, 1 + 2t + t^2\}$  에 대한  $T$ 의 행렬표현이 다음과 같고

$$[T]_B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 7 \end{pmatrix}$$

$p(t) = T(1 + t + t^2)$  라 할 때,  $p(-1)$ 의 값은?

- ① 0                                  ② 1                                  ③ 2                                  ④ 3

[4] (3점) 모든 성분이 실수인  $m \times n$  행렬  $A$ 에 대하여  $A$ 의 영공간(null space)과  $A^T$ 의 영공간은 그 차원이 각각 7, 2이고  $A^T A$ 는 차원이  $k$ 인 영공간을 갖는다고 하자.  $m - n + k$ 의 값은? (여기서,  $A^T$ 는  $A$ 의 전치행렬이다.)

- ① -5                                  ② -2                                  ③ 2                                  ④ 5

[5] (2.5점) 극한  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh x - x}{x^3}$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{12}$                                   ②  $\frac{1}{6}$                                   ③  $\frac{1}{4}$                                   ④  $\frac{1}{3}$

2023학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[6] (3점) 점  $(1, 4)$ 와 곡선  $y^2 = 2x$  위의 점  $(x, y)$  사이의 거리의 최솟값은?

- ①  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$                       ②  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$                       ③  $\sqrt{5}$                       ④  $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

[7] (4점) 곡선  $y = \frac{2}{x^3 - x^2 - x + 1}$ 와 세 직선  $y=0, x=0, x=\frac{1}{2}$ 로 둘러싸인 영역을  $y$ 축을 중심으로 회전하여 얻은 회전체의 부피는?

- ①  $\pi(2 - \ln 2)$                       ②  $\pi(2 - \ln 3)$                       ③  $\pi(3 - \ln 2)$                       ④  $\pi(3 - \ln 3)$

[8] (2.5점) 영역  $x^2 + y^2 \leq 4$ 에서 함수  $f(x, y) = e^{-x^2 - y^2}(x^2 + 2y^2)$ 의 최댓값은?

- ①  $\frac{2}{e}$                       ②  $\frac{4}{e^2}$                       ③  $\frac{6}{e^3}$                       ④  $\frac{8}{e^4}$

[9] (3.5점)  $0 \leq t \leq 1$ 에서 정의된 곡선  $C$ 는  $r(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t)$ 로 주어지고  $t=0$ 에서 출발하여  $t=1$ 에서 끝난다.

벡터장  $F(x, y) = \frac{(-y, x)}{x^2 + y^2}$ 에 대하여 선적분  $\int_C F \cdot dr$ 의 값은?

- ① 1                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 2                      ④  $\frac{5}{2}$

[10] (4점) 구면  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 에 대하여  $\iint_S \frac{dS}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-1)^2}}$ 의 값은?

- ①  $8\pi - 1$                       ②  $8\pi$                       ③  $8\pi + 1$                       ④  $8\pi + 2$

2023학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[11] (3점) 미분방정식  $(x+1)\frac{dy}{dx}+y-\ln x=0$ ,  $y(1)=0$  의 해가  $y(x)$  일 때,  $y(3)=A+B\ln C$  이다.  $A+B+C$  의 값은?

- ①  $\frac{11}{4}$                       ②  $\frac{13}{4}$                       ③  $\frac{15}{4}$                       ④  $\frac{17}{4}$

[12] (3.5점) 연립미분방정식  $\frac{d^2x}{dt^2}+10x-4y=0$ ,  $\frac{d^2y}{dt^2}+4y-4x=0$ ,  $x(0)=0$ ,  $y(0)=0$ ,  $\frac{dx}{dt}(0)=-1$ ,  $\frac{dy}{dt}(0)=1$  의 해가  $x(t), y(t)$  일 때,  $x(1)+y(1)$  의 값은?

- ①  $\frac{3\sqrt{2}}{10}\sin\sqrt{2}-\frac{\sqrt{3}}{10}\sin 2\sqrt{3}$                       ②  $\frac{7\sqrt{2}}{10}\sin\sqrt{2}-\frac{3\sqrt{3}}{10}\sin 2\sqrt{3}$   
 ③  $\frac{3\sqrt{2}}{10}\sin\sqrt{2}+\frac{\sqrt{3}}{10}\sin 2\sqrt{3}$                       ④  $\frac{7\sqrt{2}}{10}\sin\sqrt{2}+\frac{3\sqrt{3}}{10}\sin 2\sqrt{3}$

[13] (3점)  $xy^2\frac{dy}{dx}=y^3+x^3$ ,  $y(1)=1$  의 해가  $y(x)$  라고 할 때,  $y(2)$  의 값은?

- ①  $\sqrt[3]{24\ln 2-8}$                       ②  $\sqrt[3]{-8\ln 2+24}$                       ③  $\sqrt[3]{24\ln 2+8}$                       ④  $\sqrt[3]{8\ln 2+24}$

[14] (3.5점) 미분방정식  $y''+y=\sqrt{2}\sin\sqrt{2}x$ ,  $y(0)=1$ ,  $y'(0)=0$  의 해가  $y(x)=A\sin x+B\sin\sqrt{2}x+C\cos x$  라고 할 때,  $A+B+C$  의 값은?

- ①  $1-\sqrt{2}$                       ②  $1+\sqrt{2}$                       ③  $3-\sqrt{2}$                       ④  $3+\sqrt{2}$

[15] (3.5점) 미분방정식  $y''' + 8y'' + 16y' = 0$ ,  $y(0)=0$ ,  $y'(0)=0$ ,  $y''(0)=1$  의 해가  $y(x)=\frac{1}{A}e^{ax}(Be^{bx}+Cx+D)$  라고 할 때,  $A \div (B+C+D)$  의 값은?

- ①  $-4$                       ②  $-2$                       ③  $2$                       ④  $4$

2023학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[16] (3.5점) 주기가 1인 함수  $g(t)$  를 다음과 같이 정의하자.

$$g(t) = t, \quad 0 \leq t < 1$$

$g(t)$  의 Laplace 변환이  $G(s)$  로 주어질 때,  $G(1)$  의 값은?

- ①  $1 + \frac{1}{e+1}$       ②  $1 - \frac{1}{e+1}$       ③  $1 + \frac{1}{e-1}$       ④  $1 - \frac{1}{e-1}$

[17] (3.5점) 미분방정식  $y'' + 4y' + 3y = \sin e^x$  의 해가  $y(x) = c_1 e^{ax} + c_2 e^{bx} - e^{cx} \sin e^x - e^{dx} \cos e^x$  라고 할 때,  $a+b+c+d$  의 값은?

- ① -18      ② -9      ③ 9      ④ 18

[18] (3.5점) 미분방정식  $y'' - 2xy' + 8y = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$  의 거듭제곱급수 해가  $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$  이라고 할 때,  $y(1)$  의 값은?

- ①  $-\frac{2}{3}$       ②  $-\frac{5}{3}$       ③  $-\frac{8}{3}$       ④ -4

[19] (3.5점) 미분방정식  $x^2 y'' + xy' - y = 2 \ln x$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 0$  의 해가  $y(x)$  라고 할 때,  $y\left(\frac{1}{2}\right)$  의 값은?  
(단,  $\ln 2 = 0.7$  로 계산한다.)

- ① 0.85      ② 0.95      ③ 1.05      ④ 1.15



2023학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[24] (4점) 다음 <보기> 중 주어진 영역에서 수렴하는 Laurent 급수가 올바르게 구해진 것은 모두 몇 개인가?

<보기>

(가)  $\frac{z+1}{(z-1)(z+5)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3} \left[ \frac{2(-1)^n}{5^{n+1}} - 1 \right] z^n, \quad 0 < |z| < 1$

(나)  $\frac{3z-1}{(z-2)(z+3)} = \sum_{n=1}^{\infty} [2^{n-1} + 2(-3)^{n-1}] z^{-n}, \quad |z| > 3$

(다)  $\frac{2(z+2)}{z^2-1} = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+2)^n}{3^n} - \sum_{n=0}^{\infty} (z+2)^{-n}, \quad 1 < |z+2| < 3$

(라)  $\frac{10}{(z+2)(z^2+1)} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n z^n + \sum_{n=0}^{\infty} 2(-1)^{n+1} z^{-(2n+1)} + \sum_{n=1}^{\infty} 4(-1)^{n+1} z^{-2n}, \quad 1 < |z| < 2$

- ① 1 개                      ② 2 개                      ③ 3 개                      ④ 4 개

[25] (2.5점)  $\tan^{-1}(3i)$  를 나타내는 값은?

- ①  $-3\pi + i \log_e 2$       ②  $-\frac{3\pi}{2} + i \log_e 2$       ③  $\frac{9\pi}{2} + i \log_e \sqrt{2}$       ④  $5\pi + i \log_e \sqrt{2}$

[26] (4점) 다음 <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

<보기>

(가) 복소함수  $f(z) = e^z$  에 대하여  $z_1 \neq z_2$  일 때, 항상  $f(z_1) \neq f(z_2)$  가 성립한다.

(나) 복소방정식  $(z+1)^5 = z^5$  을 만족하는 해는 모두 4개이며 서로 다른 값을 가진다.

(다) 복소방정식  $\frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}} = i$  를 만족하는 해는 항상 순허수(purely imaginary number)이다.

(라) 복소함수  $f(z) = \frac{\sinh z}{z^3}$  는  $z=0$  에서 차수가 3인 극(pole)을 갖는다.

(마) 복소함수  $f(z) = 3z + e^z + 4$  에 의한 사상(mapping)에서 등각사상(conformal mapping) 영역에  $z = \log_e 3 - 2\pi i$  는 포함된다.

- ① 2 개                      ② 3 개                      ③ 4 개                      ④ 5 개

[27] (3점) 복소함수  $f(z) = \frac{\sin z}{1+z^2}$  에 대한  $\frac{d^5 f}{dz^5}(0)$  의 값은?

- ① 141                      ② 143                      ③ 145                      ④ 147

2023학년도 중앙대학교 편입학 시험 공업수학 문제지[A형]

[28] (3.5점)  $C_1$  은 원  $|z|=4$ ,  $C_2$  는 원  $|z|=2$  이라 할 때,  $\int_{C_1} \frac{e^z}{\sin z} dz + \int_{C_2} \frac{1}{z \sin^2 z} dz$  를 계산하면?

(단,  $C_1, C_2$  의 방향은 시계반대방향이다.)

- ①  $4\pi i \left( \frac{1}{3} - \cosh \pi \right)$     ②  $4\pi i \left( \frac{2}{3} - \cosh \pi \right)$     ③  $8\pi i \left( \frac{1}{3} - \cosh \pi \right)$     ④  $8\pi i \left( \frac{2}{3} - \cosh \pi \right)$

[29] (4점)  $\int_0^{2\pi} \frac{\sin 5\theta}{\sin \theta} d\theta$  의 값은?

- ①  $\frac{\pi}{2}$                       ②  $\pi$                       ③  $\frac{3\pi}{2}$                       ④  $2\pi$

[30] (3.5점)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)^6} dx$  의 Cauchy 주치(Cauchy principal value)를 계산하면?

- ①  $\frac{9!\pi}{2^{11}(5!)^2}$               ②  $\frac{9!\pi}{2^{10}(5!)^2}$               ③  $\frac{10!\pi}{2^{10}(5!)^2}$               ④  $\frac{10!\pi}{2^9(5!)^2}$