

2023학년도 편입학전형

필답고사 문제지 (자연계열)

[필답고사 시간 14:30 ~ 16:00]

모집단위	학부·과	지원전형 (일반/학사)	
수험번호		성명	

【 수험생 유의사항 】

1. 답안지에 지원학부(과), 지원전형, 성명, 수험번호, 주민번호 여섯 자리와 뒤 한자리까지 정확하게 기입할 것
2. 수험번호, 주민등록번호 앞자리, 답안 마킹란에는 반드시 검정색 컴퓨터용 사인펜을 사용할 것
(수험생기재란, 수험번호와 주민등록번호의 글자 및 숫자 작성은 흑색 볼펜 등을 사용해도 무방)
3. 마킹을 바르게 표기할 것(답안지 내 수험생 유의사항 확인)
4. 감독관 날인이 없는 답안지는 무효처리됨
5. 답안지에 답 이외의 특정 표시 불가(단, 수정테이프 사용 가능)
6. 답안지 훼손이나 낙서 등으로 판독이 불가능할 경우 해당 답안지는 0점 처리하며 그 책임은 수험생 본인에게 있음



서울시립대학교
UNIVERSITY OF SEOUL

1. 다항함수 $f(x)$ 가 $f(2023) = 9$, $f'(2023) = 3$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow 2023} \frac{\sqrt{f(x)} - 3}{x - 2023}$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

2. 극한 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} \int_0^x \ln(1+e^t) dt$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

3. $e^{0.001}$ 의 어림값을 소수점 셋째 자리까지 구한 뒤, 그 값의 모든 자릿수의 합을 구하시오. (예를 들어, 4.321인 경우 $4+3+2+1=10$ 이다.) [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

4. 다음 중 옳은 것의 개수는? [3점]

- (가) $\cosh 2x = 1 + 2\sinh^2 x$
 (나) $\frac{d}{dx} \cosh x = -\sinh x$
 (다) $\sinh^{-1}(-x) = -\sinh^{-1} x$
 (라) $\sin^{-1}(-x) = \sin^{-1} x \quad (-1 \leq x \leq 1)$

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5. 정육면체 모양의 물체의 부피가 $10 \text{ cm}^3/\text{s}$ 로 증가한다. 이 물체의 한 변의 길이가 5 cm 일 때, 길넓이의 변화율(cm^2/s)은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

6. 정적분 $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2 \sin x}{\cos^3 x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

7. 다음 급수 중 수렴하는 것을 모두 고르시오. [4점]

- (가) $\sum_{n=1}^{\infty} n e^{-n}$ (나) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(2 - \frac{1}{n}\right)^n$
 (다) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}}$ (라) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n^2}{n^3 + 2}$

- ① (가), (나)
 ② (나), (다)
 ③ (가), (나), (다)
 ④ (가), (다), (라)
 ⑤ (나), (다), (라)

8. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ 의 역행렬을 $A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ 라고 할

때, $c+d+e$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

9. $n \times n$ 행렬 A, B, C 에 대하여 다음 중 틀린 것을 모두 고르시오. (단, n 은 임의의 자연수이고, k 는 임의의 실수이다.) [3점]

- (가) $A(B+C) = (B+C)A$
 (나) $k(AB) = A(kB)$
 (다) $(kA)^T = kA^T$
 (라) $A(BC) = (AB)C$
 (마) $(AB)^T = A^T B^T$

- ① (가), (나)
 ② (가), (마)
 ③ (다), (라)
 ④ (가), (다), (마)
 ⑤ (나), (다), (라)

10. 곡면 $S: z = -\frac{2}{\pi} \sin(\pi x) + e^{(x+1)y} - \frac{1}{2} \sinh(2y)$ 위의

점 $P(-1, 0, 1)$ 에서의 접평면이 $ax + by + cz = 1$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 0

11. 곡선 $C: x=r(\theta-\sin\theta), y=r(1-\cos\theta)$ ($0\leq\theta\leq 4\pi$)의 길이가 16이 되는 양의 실수 r 의 값은? [3점]
 ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5
12. 곡선 $y=3\sqrt{x}$ 와 $x=1, x=4, y=0$ 으로 둘러싸인 영역을 y 축을 중심으로 회전시킨 회전체의 부피는? [3점]
 ① $\frac{372\pi}{5}$ ② $\frac{186\pi}{5}$ ③ $\frac{93\pi}{5}$
 ④ $\frac{72\pi}{5}$ ⑤ $\frac{36\pi}{5}$
13. 극방정식으로 표현된 곡선 $r=2\cos^2\theta-1$ ($0\leq\theta\leq 2\pi$)의 내부에 놓인 영역의 넓이는? [4점]
 ① $\frac{\pi-2}{2}$ ② $\frac{\pi-1}{4}$ ③ $\frac{\pi}{2}$
 ④ $\frac{\pi+1}{4}$ ⑤ $\frac{\pi+2}{2}$
14. 두 평면 $x+2y-3z=1$ 과 $3x+4y-5z=3$ 의 교선을 l_1 이라 하고, 두 평면 $x+2y-3z=1$ 과 $2x-y-z=2$ 의 교선을 l_2 라 하자. 두 교선 l_1 과 l_2 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\sin\theta$ 의 값은? [3점]
 ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{7}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{8}}{3}$
15. 곡선 $\mathbf{r}(\theta)=\sin\theta\mathbf{i}+\sin^2\theta\mathbf{j}+2\sin^2\theta\mathbf{k}$ ($0\leq\theta\leq\frac{\pi}{2}$)의 곡률의 최댓값은? [4점]
 ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$
 ④ 4 ⑤ $2\sqrt{5}$
16. 평면 $x+y+z=1$ 과 원기둥 $y^2+z^2=\frac{5}{4}$ 의 교선 위에서 함수 $f(x,y,z)=x+2y+3z$ 의 최댓값은? [3점]
 ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

17. 함수 $f(x,y,z)=x^2+4xy+4y^2-z-e^{yz}$ 에 대하여 점 $P(1,0,2)$ 에서 f 의 방향도함수 $D_{\mathbf{u}}f$ 가 최소가 되도록 하는 단위벡터 \mathbf{u} 는? [3점]
 ① $\left\langle -\frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}} \right\rangle$
 ② $\left\langle \frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}} \right\rangle$
 ③ $\left\langle -\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{1}{3} \right\rangle$
 ④ $\left\langle \frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3} \right\rangle$
 ⑤ $\left\langle \frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3} \right\rangle$
18. 이중적분 $\int_0^{\frac{1}{2}} \int_{\sin^{-1}x}^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dy dx$ 의 값은? [4점]
 ① $\frac{\pi^2}{9}$ ② $\frac{\pi^2}{18}$ ③ $\frac{\pi^2}{36}$
 ④ $\frac{\pi^2}{72}$ ⑤ $\frac{\pi^2}{144}$
19. 곡선 $C: x=2\cos t, y=2\sin t$ ($0\leq t\leq 2\pi$)에 대하여 선적분 $\oint_C (\sin x + y^3)dx + (\cos^2 y - x^3)dy$ 의 값은? [3점]
 ① -8π ② 8π ③ -16π ④ 16π ⑤ -24π
20. $x^2\sqrt{1+y}=y\sqrt{1+x^2}$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 는?
 (단, $x^2\neq y$ 이다.) [4점]
 ① $-\frac{2x}{(1+x^2)^2}$ ② $-\frac{4x}{(1+x^2)^2}$ ③ $-\frac{4x^2}{(1+x^2)^2}$
 ④ $-\frac{2x}{(1+x)^2}$ ⑤ $-\frac{4x}{(1+x)^2}$
21. 좌표공간에 있는 5개의 점 $A(2, 1, 3), B(1, 1, 1), C(3, 2, 4), D(2, 3, 4), E(3, 4, 3)$ 를 꼭짓점으로 하는 육면체의 부피는? (단, 육면체의 면은 $\triangle ABC, \triangle ACD, \triangle ABD, \triangle BCE, \triangle CDE, \triangle BDE$ 이다.) [4점]
 ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

22. $f(x, y) = C$ 가 미분방정식 $y \ln x \frac{dy}{dx} = \frac{y+1}{x}$,
 $y(e) = 1$ 의 해일 때, 상수 C 의 값은?
 (단, $f(e, 0) = 0$ 이고 $f(e, e-1) = e-2$ 이다.) [3점]
- ① $1-e$ ② $1-\ln 2$ ③ 0
 ④ $1+\ln 2$ ⑤ $1+e$

23. 미분방정식 $\frac{d^2y}{dx^2} + 10\frac{dy}{dx} + 24y = 0$, $y(0) = 2$,
 $y'(0) = 2$ 의 해가 $y = ae^{bx} + ce^{dx}$ 일 때, ac 의 값은?
 [3점]
- ① -35 ② -25 ③ -15 ④ 15 ⑤ 35

24. 함수 $f(t) = ae^{ct} + be^{dt}$ 의 라플라스 변환이
 $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{4s+8}{s^2+6s+5}$ 일 때, $ab+cd$ 의 값은?
 [3점]
- ① 3 ② 5 ③ 8 ④ 13 ⑤ 15

25. 함수 $f(t) = e^{-3t}\cos 2t$ 의 라플라스 변환은? [3점]
- ① $\frac{3}{(s+2)^2+3^2}$ ② $\frac{2}{(s+3)^2+2^2}$ ③ $\frac{s+3}{(s+3)^2+2^2}$
 ④ $\frac{s-3}{(s-3)^2+2^2}$ ⑤ $\frac{2}{(s-3)^2+2^2}$

26. 주기가 2π 인 함수 $f(x) = 2x^2$ ($-\pi < x < \pi$)의
 푸리에 급수 표현은? [3점]
- ① $\frac{\pi^2}{3} - 4\left(\cos x - \frac{1}{4}\cos 2x + \frac{1}{9}\cos 3x - \dots\right)$
 ② $\frac{\pi^2}{3} - 8\left(\cos x - \frac{1}{4}\cos 2x + \frac{1}{9}\cos 3x - \dots\right)$
 ③ $\frac{2\pi^2}{3} - 4\left(\cos x - \frac{1}{4}\cos 2x + \frac{1}{9}\cos 3x - \dots\right)$
 ④ $\frac{2\pi^2}{3} - 8\left(\cos x - \frac{1}{4}\cos 2x + \frac{1}{9}\cos 3x - \dots\right)$
 ⑤ $\frac{\pi^3}{3} - 4\left(\cos x - \frac{1}{4}\cos 2x + \frac{1}{9}\cos 3x - \dots\right)$

27. 함수 $f(x) = \begin{cases} 1 & (0 < x \leq 2) \\ 0 & (x > 2) \end{cases}$ 의 푸리에 사인적분
 표현은? [3점]
- ① $\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{1 + \sin 2\omega}{\omega} \cos \omega x d\omega$
 ② $\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{1 - \cos 2\omega}{\omega} \sin \omega x d\omega$
 ③ $\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{1 - \sin 2\omega}{\omega} \cos 2\omega x d\omega$
 ④ $\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\cos 2\omega}{\omega} \sin \omega x d\omega$
 ⑤ $\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{1 - \cos 2\omega}{\omega} \sin 2\omega x d\omega$

28. 복소평면 위의 닫힌 경로 $C: |z-1| = \frac{3}{2}$ 에 대한
 적분 $\oint_C \frac{e^{-zi}}{\sin 2z} dz$ 의 값은? (단, 경로 C 의 방향은
 시계 반대 방향이다.) [3점]
- ① $2\pi(i-1)$ ② $\pi(i-1)$ ③ 0
 ④ $\pi(i+1)$ ⑤ $2\pi(i+1)$

[주관식]

29. 함수 $f(x) = \sin(x^2) - x^2\cos(x^2)$ 에 대하여 $f^{(6)}(0)$ 의
 값은? (단, $f^{(n)}(x)$ 는 $f(x)$ 의 n 계 도함수이다.) [5점]

30. 곡선 $\mathbf{r}(t) = \langle t^2, \cos t, \sin t \rangle$ ($0 \leq t \leq 1$)의
 길이가 $\frac{\sqrt{a}}{2} + \frac{1}{b}\ln(c + \sqrt{d})$ 일 때, $a+b+c+d$ 의
 값은? (단, a, b, c, d 는 자연수이다.) [5점]