

수 학 시 험 문 제 (자연계 A형)

지망모집단위:

수험번호:

성명:

- * 문제지의 각 페이지가 모두 A형인지 확인 바랍니다.
- * 본 대학교 2023학년도 편입학모집 자연계열 필답고사는 총 7쪽 25문항이며, 총점은 200점입니다.
- * 문항별 배점은 문항 번호 옆에 표시되어 있습니다.
- * 오답감점제가 시행되며 틀린 답은 배점의 $\frac{1}{5}$ 만큼 감점 됩니다. 무응답은 감점이 없습니다.
- * 답안은 별도의 OMR 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 표기하여야 합니다.
- * 연습장, 계산기 및 전자기기는 사용할 수 없습니다.

1. [7.1점] 함수 $f(x, y) = x \arctan(xy)$ 에 대하여 편미분계수 $f_x(1, -1)$ 을 구하면?

- ① $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$ ② $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$ ③ $\frac{\pi}{4}$
 ④ $-\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$

2. [7.1점] 극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sqrt{x^2 + 4} - 2)}{\cos(xe^x) - 1}$ 를 구하면?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ 1

3. [7.1점] 정적분 $\int_0^1 \tanh^3 x dx$ 를 구하면?

- ① $\ln(\cosh 1) - \frac{\tanh^2 1}{2}$ ② $\ln(\cosh 1) + \frac{\tanh^2 1}{2}$
 ③ $\frac{\ln(\cosh 1)}{2} - \frac{\tanh^2 1}{3}$ ④ $\frac{\ln(\cosh 1)}{2} + \frac{\tanh^2 1}{3}$
 ⑤ $\ln(\cosh 1) - \frac{\tanh^2 1}{3}$

4. [7.1점] 극곡선 $r = \theta^2$ ($0 \leq \theta \leq \sqrt{5}$)의 길이를 구하면?

- ① 5 ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{17}{3}$ ④ 6 ⑤ $\frac{19}{3}$

5. [7.4점] 영역 $D = \{(x, y) | x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ 에서
 함수 $f(x, y) = e^{x^2 - 2y^2}$ 의 최댓값과 최솟값의 곱을
 구하면?

- ① $\frac{1}{e^2}$ ② $\frac{1}{e}$ ③ 1 ④ e ⑤ e^2

6. [7.4점] 곡선 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 위에서 함수 $f(x, y) = x^3y$ 의
 최댓값을 구하면?

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

7. [7.4점] 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n(2n-1)3^n}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{\sqrt{3}\pi}{18} - \frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}\pi}{6} - \frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}$
 ③ $\frac{\sqrt{3}\pi}{18} - \frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{3}\pi}{6} - \frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{3}\pi}{18} - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{3}$

8. [7.4점] 3×3 행렬 A 의 특성다항식이 $\lambda^3 - \lambda^2 + \lambda - 1$
 일 때, A^{101} 을 구하면?

- ① A ② $-A$ ③ A^2
 ④ $-A^2$ ⑤ $A^2 - A + I$

9. [7.7점] 다음 특이적분 중에서 수렴하는 것만을 있는 대로 고르면?

$$\boxed{(\neg) \int_0^1 \ln x \, dx \quad (\wr) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2+1} \, dx \quad (\sqsubset) \int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} \, dx}$$

- ① \neg ② \neg, \wr ③ \neg, \sqsubset
 ④ \wr, \sqsubset ⑤ \neg, \wr, \sqsubset

10. [7.7점] 정적분 $\int_0^1 \frac{1}{(x^2+1)^2} \, dx$ 를 구하면?

- ① $\frac{1}{2} + \frac{\pi}{6}$ ② $\frac{1}{3} + \frac{\pi}{7}$ ③ $\frac{1}{4} + \frac{\pi}{8}$
 ④ $\frac{1}{5} + \frac{\pi}{9}$ ⑤ $\frac{1}{6} + \frac{\pi}{10}$

11. [7.7점] 다음 행렬에 관한 설명중 옳지 않은 것을 고르면?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & i & 0 & 2 \\ -i & -1 & 1 & 1+i \\ 0 & 1 & -1 & 4 \\ 2 & 1-i & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

- ① $A^* = A$
 ② A 는 유니타리 대각화가 가능하다.
 ③ A 의 고윳값은 모두 실수이다.
 ④ v 가 A 의 고유벡터이면 A^*v 도 A 의 고유벡터이다.
 ⑤ A 의 고윳값의 절댓값은 모두 1이다.

12. [7.7점] $f(x) = e^x \{ \sin(x^2) + \sin(x^3) \}$ 에 대하여 $f^{(6)}(0)$ 의 값을 구하면? (단, $f^{(n)}(x)$ 는 $f(x)$ 의 n 계 도함수를 의미한다.)

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

13. [8.1점] 중심이 $(0,1)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원을 x 축을 중심으로 회전시켜 얻은 회전면의 넓이를 구하면?

- ① $4\pi^2 - 8\pi$ ② $4\pi^2$ ③ 8π
 ④ $4\pi^2 + 8\pi$ ⑤ $6\pi^2$

14. [8.1점] 다음 두 극곡선의 내부에 공통으로 놓인 영역의 넓이를 구하면?

$$r = 1 - \cos \theta, \quad r = 1 + \cos \theta$$

- ① $\frac{3\pi}{2} - \frac{9}{2}$ ② $\frac{3\pi}{2} - 4$ ③ $\frac{3\pi}{2} - \frac{7}{2}$
 ④ $\frac{5\pi}{2} - \frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{5\pi}{2} - 7$

15. [8.1점] 곡선 $y = \arccos(\sin x)$ 와 직선 $y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}$ 의 교점의 개수를 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. [8.1점] 다음 행렬의 모든 고윳값의 제곱의 합을 $f(a)$ 라 하자. 다항식 $f(a)$ 의 모든 계수의 합을 구하면?

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & a \\ 4 & a & 2 \\ a & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

- ① 30 ② 41 ③ 52 ④ 63 ⑤ 74

17. [8.5점] 곡면 $S : x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 와 벡터마당 $\mathbf{F}(x, y, z) = \langle x + x^2 \sin y, x \cos y, -xz \sin y \rangle$ 에 대하여 면적분 $\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$ 를 구하면? (단, \mathbf{n} 은 곡면 S 의 각 점에서 바깥쪽을 향하는 단위법선벡터이다.)

- ① 36π ② 42π ③ 48π ④ 54π ⑤ 60π

18. [8.5점] 다음 함수 f 에 대하여 $f_{yx}(0, 0)$ 의 값을 구하면?

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^3y}{x^2 + y^2} & ((x, y) \neq (0, 0) \text{ 일 때}) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0) \text{ 일 때}) \end{cases}$$

- ① 존재하지 않는다 ② 0
 ③ 1 ④ 2
 ⑤ 6

19. [8.5점] $x \geq 0$ 에서 정의된 연속 함수 $f(x)$ 는 $f(x) \geq 0$ 을 만족시킨다. 모든 양의 실수 a 에 대하여 곡선 $y = f(x)$, x 축, y 축 및 직선 $x = a$ 로 둘러싸인 영역을 y 축을 중심으로 회전시켜 얻은 입체의 부피는 a^4 이다. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ 에서 곡선 $y = f(x)$ 의 길이를 구하면?

- ① $\frac{\sqrt{2}\pi}{8} + \frac{\pi}{8} \ln(1 + \sqrt{2})$
 ② $\frac{5\pi}{18} + \frac{\pi}{8} \ln 3$
 ③ $\frac{\sqrt{5}\pi}{4} + \frac{\pi}{8} \ln(2 + \sqrt{5})$
 ④ $\frac{\sqrt{17}\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \ln(4 + \sqrt{17})$
 ⑤ $\sqrt{65}\pi + \frac{\pi}{8} \ln(8 + \sqrt{65})$

20. [8.5점] 곡선 C 가 $(-2, 0)$ 부터 $(2, 0)$ 까지의 반원 $y = -\sqrt{4 - x^2}$ 일 때, 다음 선적분을 구하면?

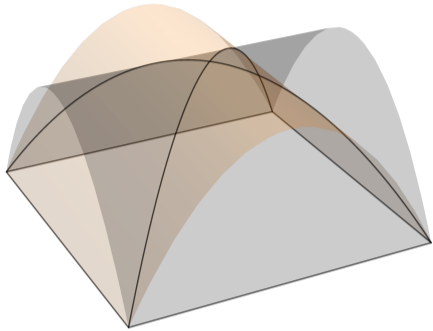
$$\int_C (4y - 3x^2) dx + (6x + \sqrt{y^6 + 1}) dy$$

- ① $8\pi - 16$ ② 6π ③ $6\pi + 4$
 ④ $4\pi - 16$ ⑤ $4\pi + 4$

21. [8.8점] 좌표공간에서 다음과 같이 정의되는 입체 E 의 겉넓이를 구하면?

$$E = \{(x, y, z) \mid 0 \leq z \leq 1 - x^2, 0 \leq z \leq 1 - y^2\}$$

- ① $\frac{10}{3}(\sqrt{5} + 1)$ ② $4\sqrt{5} + 3$ ③ $\frac{4}{3}(5\sqrt{5} - 3)$
 ④ $\frac{5}{3}(5\sqrt{5} - 4)$ ⑤ $10\sqrt{5} - 11$



22. [8.8점] 곡선 C 가 평면 $x - y + z = 1$ 과 원기둥 $x^2 + y^2 = 1$ 의 교선일 때, 선적분 $\int_C 2zdx - xdy + e^{z^2} dz$ 의 값을 구하면? (단, C 의 방향은 위에서 봤을 때 시계 반대 방향이다.)

- ① $-\pi$ ② -2π ③ -3π ④ -4π ⑤ -5π

23. [8.8점] 벡터마당 $\mathbf{F}(x, y, z) = \langle 3y, x, e^{z^3} \rangle$ 이고, 곡면 S 는 타원면 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$ 중에서 $z \geq 0$ 인 부분일 때, 면적분 $\iint_S \text{curl} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$ 를 구하면? (단, \mathbf{n} 은 곡면 S 의 각 점에서 위쪽을 향하는 단위법선벡터이다.)

- ① $-\pi$ ② $-\sqrt{2}\pi$ ③ $-\sqrt{3}\pi$
 ④ -2π ⑤ $-\sqrt{5}\pi$

24. [9.2점] 좌표 평면에서 다음과 같이 정의되는 영역 R 에 대하여 이중적분 $\iint_R e^{-4x^2+4xy-7y^2} dA$ 를 구하면?

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4x^2 - 4xy + 7y^2 \leq 1\}$$

- ① $\frac{\pi\sqrt{3}}{9} \left(1 - \frac{1}{e}\right)$ ② $\frac{\pi}{5} \left(1 - \frac{1}{e}\right)$
 ③ $\frac{\pi\sqrt{5}}{11} \left(1 - \frac{1}{e}\right)$ ④ $\frac{\pi\sqrt{6}}{12} \left(1 - \frac{1}{e}\right)$
 ⑤ $\frac{\pi\sqrt{7}}{13} \left(1 - \frac{1}{e}\right)$

25. [9.2점] 자연수 n 에 대하여 $n \times n$ 행렬 A_n 의 (i, j) 성분 a_{ij} 는 다음과 같이 주어진다.

$$a_{ij} = \begin{cases} -j & (i = j - 1) \\ j & (i = j \text{ 또는 } i = j + 1) \\ 0 & (\text{그 외}) \end{cases}$$

$\frac{\det(A_{10})}{\det(A_9)}$ 을 구하면?

- ① $\frac{174}{11}$ ② $\frac{175}{11}$ ③ $\frac{176}{11}$ ④ $\frac{177}{11}$ ⑤ $\frac{178}{11}$

$$A_n = \begin{bmatrix} 1 & -2 & & & \\ 1 & 2 & -3 & & \text{O} \\ & 2 & 3 & -4 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ \text{O} & & & n-2 & n-1 & -n \\ & & & & n-1 & n \end{bmatrix}$$