

# 수학 영역

## 제 2 교시

**5지선다형**

1.  $8^{-\frac{1}{2}} \div \sqrt{2}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{8}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④ 1      ⑤ 2

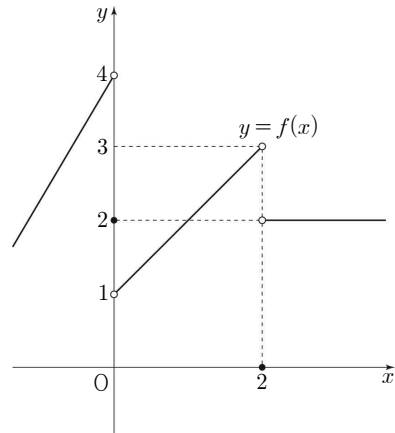
2. 곡선  $y = x^3 + x^2 - 5$  위의 점  $(1, -3)$ 에서의 접선의 기울기는?  
[2점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

3. 네 수 2,  $a$ ,  $b$ , 14가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때,  $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

4. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

## 2

## 수학 영역

5.  $0 < x < 5\pi$ 에서 함수  $y = \tan x$ 의 그래프와 직선  $y = 2$ 가 만나는 점의 개수는? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

7. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 3x^2 - 6x$ 이고  $f(1) = 1$ 일 때, 함수  $f(x)$ 의 극솟값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

6. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & (x < 1) \\ -3bx - 1 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,  $a + b$ 의 값은?  
(단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① -3      ② -1      ③ 1      ④ 3      ⑤ 5

8. 곡선  $y = \frac{1}{16} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{x-m}$  이 곡선  $y = 2^x + 1$  과 제1사분면에서 만나도록 하는 자연수  $m$  의 최솟값은? [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

10. 함수  $f(x)$  가 모든 실수  $x$  에 대하여

$$f(x) = x + \int_0^2 f(t) dt$$

를 만족시킬 때,  $f(3)$  의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9.  $2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta \times \tan(\pi + \theta)$  일 때,  $\sin^2 \theta$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{4}{9}$       ③  $\frac{5}{9}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{7}{9}$

11.  $a_3 = 6$ 이고 공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  
 $a_4 + a_5 = 2(a_6 + a_7) + 3(a_8 + a_9)$ 일 때,  $a_1$ 의 값은? [3점]

- ① 10      ② 12      ③ 14      ④ 16      ⑤ 18

12. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 - 2x)f(x)$$

라 하자.  $g'(0) + g'(2) = 16$ 일 때,  $f(2) - f(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

13. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n + b_n = n$ 을 만족시킨다.  $\sum_{k=1}^{10} (3a_k + 1) = 40$ 일 때,  $\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값은? [3점]

- ① 30      ② 35      ③ 40      ④ 45      ⑤ 50

14. 자연수  $n (n \geq 2)$ 에 대하여  $m - 2n$ 의  $n$ 제곱근 중에서 실수인 것의 개수를  $f(n)$ 이라 할 때,  $f(2) + f(3) + f(4) = 3$ 을 만족시키는 모든 자연수  $m$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 18      ② 23      ③ 28      ④ 33      ⑤ 38

15. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때, 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{S_n\}$ 과 상수  $k$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n + S_n = k$ 이다.

$S_6 = 189$ 일 때,  $k$ 의 값은? [4점]

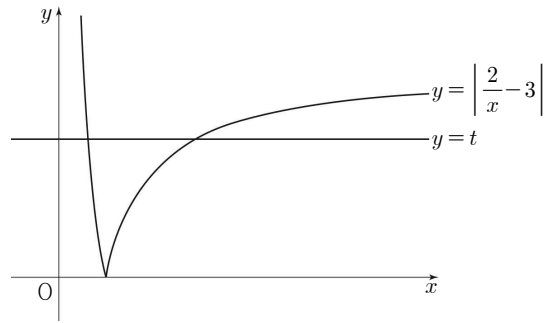
- ① 192      ② 196      ③ 200      ④ 204      ⑤ 208

16.  $0 < t < 3$ 인 실수  $t$ 에 대하여 함수  $y = \left| \frac{2}{x} - 3 \right|$ 의 그래프와

직선  $y = t$ 가 만나는 두 점 사이의 거리를  $f(t)$ 라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(t)}{t}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{2}{9}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{4}{9}$       ④  $\frac{5}{9}$       ⑤  $\frac{2}{3}$



17. 1이 아닌 세 양수  $a, b, c$ 가

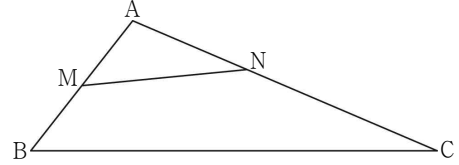
$$-4\log_a b = 54\log_b c = \log_c a$$

를 만족시킨다.  $b \times c$ 의 값이 300 이하의 자연수가 되도록 하는 모든 자연수  $a$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 91      ② 93      ③ 95      ④ 97      ⑤ 99

18. 그림과 같이  $2\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 삼각형 ABC에 대하여 선분 AB의 중점을 M, 선분 AC를 3:5로 내분하는 점을 N이라 하자.

$\overline{MN} = \overline{AB}$ 이고, 삼각형 AMN의 외접원의 넓이가  $16\pi$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4점]



- ①  $24\sqrt{3}$       ②  $13\sqrt{13}$       ③  $14\sqrt{14}$   
 ④  $15\sqrt{15}$       ⑤ 64

19. 실수  $k$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 는  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + k$ 이다.  
 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $y = 3n$ 과 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가  
 만나는 점의 개수를  $a_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^4 a_n = 7$ 을 만족시키는  
 모든  $k$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 30      ② 33      ③ 36      ④ 39      ⑤ 42

20. 함수  $f(x) = (x+1)(x-6)^2$ 과 양의 실수  $t$ 에 대하여  $g(t)$ 를  
 다음과 같이 정의한다.

두 점  $(0, 0)$ ,  $(t, f(t))$ 를 지나는 직선의 기울기와  
 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(k, f(k))$ 에서의 접선의 기울기가  
 같아지는 양의 실수  $k$ 의 개수가  
 1이면  $k$ 의 값을  $g(t)$ ,  
 2이면  $k$ 의 값 중 작은 값을  $g(t)$ 라 한다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— < 보 기 > —

ㄱ.  $f'(0) = 24$   
 ㄴ.  $g(6) = \frac{4}{3}$   
 ㄷ. 함수  $g(t)$ 의 치역의 원소가 아닌 모든 자연수의 합은 27이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



21. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1$ 의 최댓값과 최솟값을 각각  $M, m$ 이라 할 때,  $M-m$ 의 값은? [4점]

(가)  $a_5 = 63$   
 (나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1} \times a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ a_{n+1} + a_n - 2 & (a_{n+1} \times a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

- ① 16      ② 19      ③ 22      ④ 25      ⑤ 28

단답형

22.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 중심각의 크기가  $\frac{4}{5}\pi$ 이고 호의 길이가  $12\pi$ 인 부채꼴의 반지름의 길이를 구하시오. [3점]

24. 함수  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 2$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x f'(t) dt$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 방정식  $\log_2 x - 3 = \log_x 16$ 을 만족시키는 모든 실수  $x$ 의 값의 곱을 구하시오. [3점]

26. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각  $t (t > 0)$ 에서의 위치가 각각

$$x_1(t) = t^3 - 3t^2 - 24t, \quad x_2(t) = t^2 - at$$

이다. 두 점 P, Q의 운동 방향이 시각  $t = k$ 에서 동시에 바뀔 때,  $a + k$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 와  $k$ 는 상수이다.) [4점]

27. 공차가  $d$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수  $d$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

- (가)  $a_8 = 2a_5 + 10$   
 (나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n \times a_{n+1} \geq 0$ 이다.

28. 상수항과 계수가 모두 음이 아닌 정수인 두 다항함수  $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(2)+g(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2 g(x)}{x^5} = 4$   
 (나)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)\{g(x)\}^2}{x^5} = 2$

29. 두 상수  $a, b (0 \leq b \leq \pi)$ 에 대하여

단원구간  $\left[\frac{\pi}{2}, a\right]$ 에서 함수  $f(x) = 2\cos(3x+b)$ 의

최댓값은 1이고 최솟값은  $-\sqrt{3}$ 이다.

$a \times b = \frac{q}{p}\pi^2$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 양수이고  $f'(2) < 0$ 인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} \int_0^x f(t)dt - 4 & (x < 2) \\ -\int_0^x f(t)dt + 4 & (x \geq 2) \end{cases}$$

이고 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{g(x)-4}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{g(x)+4}{x-2} = g'(0)$$

(나) 방정식  $g(x) = 4$ 는 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.