

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $(3^{2+\sqrt{2}})^{2-\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

2. $\frac{\log_4 64}{\log_4 8}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 $\frac{5}{12}\pi$ 인 부채꼴의 넓이는? [2점]

- ① $\frac{10}{3}\pi$ ② $\frac{11}{3}\pi$ ③ 4π ④ $\frac{13}{3}\pi$ ⑤ $\frac{14}{3}\pi$

4. $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ 일 때, 방정식 $2\sin x - 1 = 0$ 의 해는? [3점]

- ① $-\frac{\pi}{3}$ ② $-\frac{\pi}{6}$ ③ 0 ④ $\frac{\pi}{6}$ ⑤ $\frac{\pi}{3}$

5. 다음은 상용로그표의 일부이다.

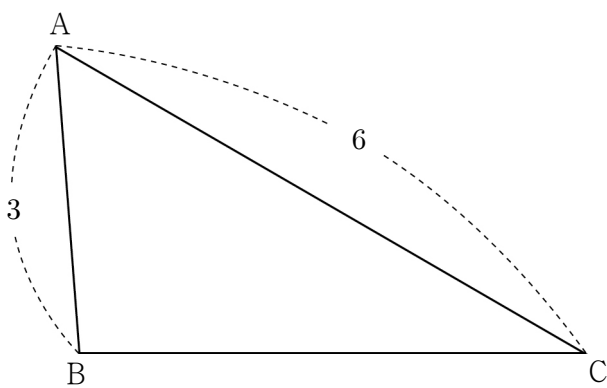
수	...	7	8	9
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
5.97760	.7767	.7774
6.07832	.7839	.7846
6.17903	.7910	.7917

위의 표를 이용하여 $\log 619$ 의 값을 구한 것은? [3점]

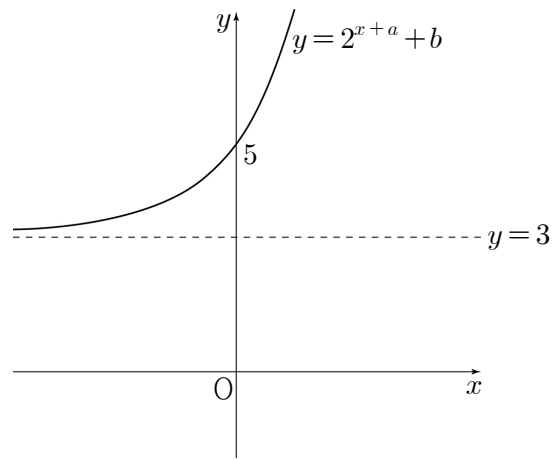
- ① 1.7910 ② 1.7917 ③ 2.7903 ④ 2.7917 ⑤ 3.7903

6. $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=6$ 이고 $\cos A = \frac{5}{9}$ 인 삼각형 ABC에서 선분 BC의 길이는? [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6



7. 두 상수 a, b 에 대하여 함수 $y=2^{x+a}+b$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a+b$ 의 값은? (단, 직선 $y=3$ 은 함수의 그래프의 점근선이다.) [3점]

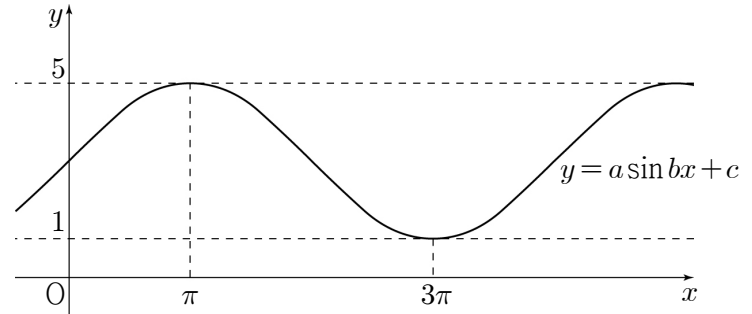


- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

8. 함수 $y = \log_2 x + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼
 평행이동한 후 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하였더니
 함수 $y = 2^{x-1} + 5$ 의 그래프와 일치하였다. 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 세 상수 a, b, c 에 대하여 함수 $y = a \sin bx + c$ 의 그래프가
 그림과 같을 때, $a \times b \times c$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$) [3점]



- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

9. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta = -\frac{1}{3}$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{4}$

11. 반지름의 길이가 4인 원에 내접하는 삼각형 ABC가 있다.
이 삼각형의 둘레의 길이가 12일 때, $\sin A + \sin B + \sin(A+B)$ 의
값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{8}{5}$ ③ $\frac{17}{10}$ ④ $\frac{9}{5}$ ⑤ $\frac{19}{10}$

12. 함수 $f(x) = 3^{x-2} + a$ 의 역함수의 그래프가 점 $(a+5, a+2)$ 를
지날 때, 3^a 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

13. 부등식

$$(2^x - 8)\left(\frac{1}{3^x} - 9\right) \geq 0$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

14. 등식

$$\left(\frac{\sqrt[6]{5}}{\sqrt[4]{2}}\right)^m \times n = 100$$

을 만족시키는 두 자연수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값은? [4점]

- ① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

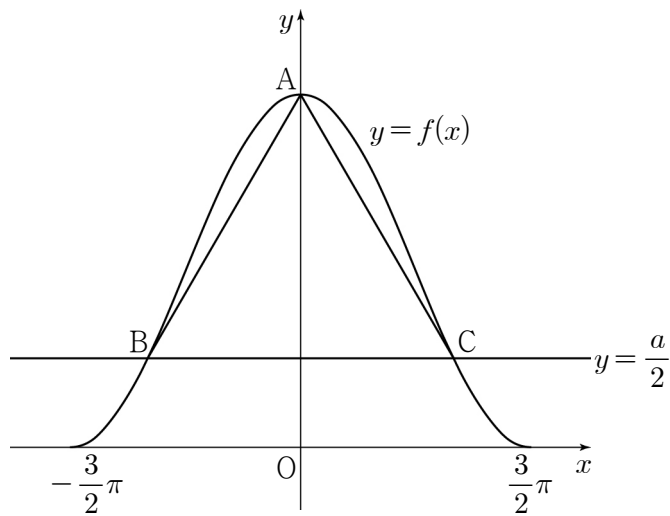
15. $-\frac{3}{2}\pi \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = a \cos \frac{2}{3}x + a \quad (a > 0)$$

이 있다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A, 직선 $y=\frac{a}{2}$ 와 만나는 두 점을 각각 B, C라 하자.

삼각형 ABC가 정삼각형일 때, a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{12}\pi$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$
- ④ $\frac{7\sqrt{3}}{12}\pi$ ⑤ $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$



16. 0이 아닌 실수 t 에 대하여 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=\log_4 x$ 와 직선 $y=t$ 가 만나는 점을 각각 P, Q라 하자.

삼각형 OPQ의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, O는 원점이다.) [4점]

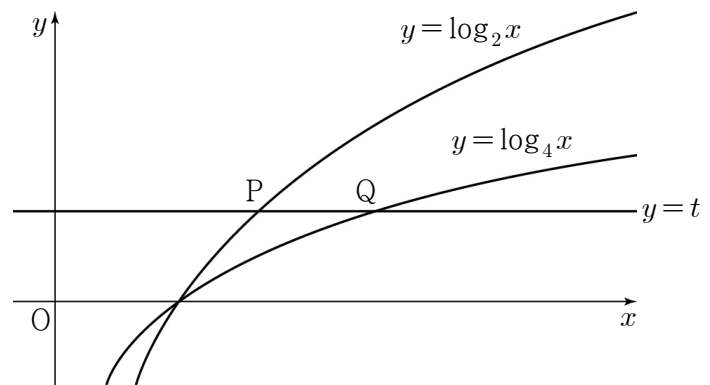
<보 기>

ㄱ. $S(1)=1$

ㄴ. $S(2)=64 \times S(-2)$

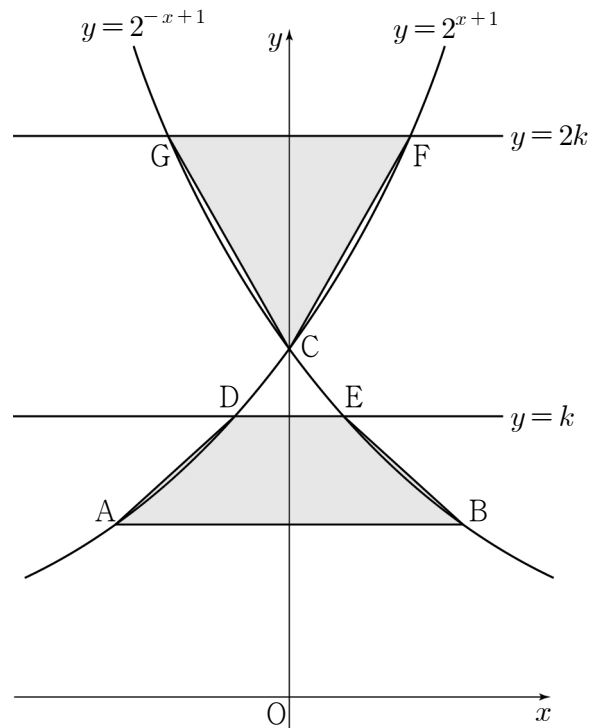
ㄷ. $t > 0$ 일 때, t 의 값이 증가하면 $\frac{S(t)}{S(-t)}$ 의 값도 증가한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



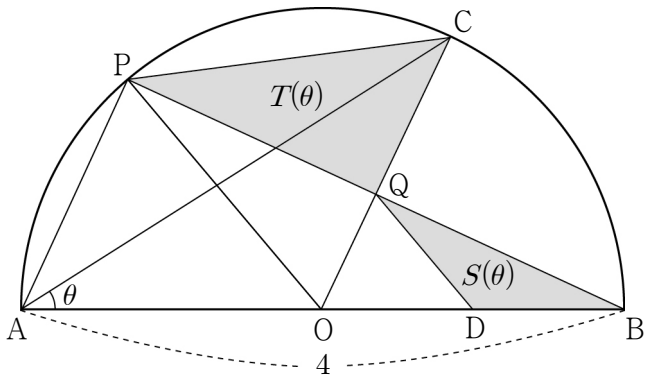
17. 좌표평면에서 곡선 $y = \sqrt{x} (x > 0)$ 위의 점 P에 대하여 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ 라 하자.
 $\cos^2 \theta - 2 \sin^2 \theta = -1$ 일 때, 선분 OP의 길이는?
 (단, O는 원점이고, x 축의 양의 방향을 시초선으로 한다.) [4점]
- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{2}$

18. 그림과 같이 두 곡선 $y = 2^{x+1}$, $y = 2^{-x+1}$ 과 세 점 A(-1, 1), B(1, 1), C(0, 2)가 있다. 실수 $k (1 < k < 2)$ 에 대하여 두 곡선 $y = 2^{x+1}$, $y = 2^{-x+1}$ 과 직선 $y = k$ 가 만나는 점을 각각 D, E, 직선 $y = 2k$ 가 만나는 점을 각각 F, G라 하자. 사각형 ABED의 넓이와 삼각형 CFG의 넓이가 같을 때, k 의 값은? [4점]



- ① $2^{\frac{1}{6}}$ ② $2^{\frac{1}{3}}$ ③ $2^{\frac{1}{2}}$ ④ $2^{\frac{2}{3}}$ ⑤ $2^{\frac{5}{6}}$

19. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 하고, 호 AB 위의 점 C에 대하여 점 A를 지나고 선분 OC와 평행한 직선과 호 AB의 교점을 P, 선분 OC와 선분 BP의 교점을 Q라 하자. 점 Q를 지나고 선분 PO와 평행한 직선과 선분 OB의 교점을 D라 하자. $\angle CAB = \theta$ 라 할 때, 삼각형 QDB의 넓이를 $S(\theta)$, 삼각형 PQC의 넓이를 $T(\theta)$ 라 하자. 다음은 $S(\theta)$ 와 $T(\theta)$ 를 구하는 과정이다. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)



$\angle CAB = \theta$ 이므로 $\angle COB = 2\theta$ 이다.

삼각형 POB가 이등변삼각형이고 $\angle OQB = \frac{\pi}{2}$ 이므로

점 Q는 선분 PB의 중점이고 $\angle POQ = 2\theta$ 이다.

선분 PO와 선분 QD가 평행하므로

삼각형 POB와 삼각형 QDB는 닮음이다.

따라서 $\overline{QD} =$ (가) 이고 $\angle QDB =$ (나) 이므로

$$S(\theta) = \frac{1}{2} \times \text{(가)} \times 1 \times \sin(\text{(나)})$$

이다. $\overline{CQ} = \overline{CO} - \overline{OQ}$ 이므로

$$T(\theta) = \frac{1}{2} \times \overline{PQ} \times \overline{CQ} = \sin 2\theta \times (2 - \text{(다)})$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(\theta)$, $g(\theta)$ 라 할 때, $p \times f\left(\frac{\pi}{16}\right) \times g\left(\frac{\pi}{8}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}\pi$ ② $\frac{\sqrt{2}}{5}\pi$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{6}\pi$
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{7}\pi$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{8}\pi$

20. 1이 아닌 두 자연수 a, b 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a < b < a^2$

(나) $\log_a b$ 는 유리수이다.

$\log a < \frac{3}{2}$ 일 때, $a+b$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 250 ② 270 ③ 290 ④ 310 ⑤ 330

21. 자연수 n 에 대하여 $\frac{n-1}{6}\pi \leq x \leq \frac{n+2}{6}\pi$ 에서 함수

$$f(x) = \left| \sin x - \frac{1}{2} \right|$$

의 최댓값을 $g(n)$ 이라 하자. 40 이하의 자연수 k 에 대하여 $g(k)$ 가 무리수가 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 115 ② 117 ③ 119 ④ 121 ⑤ 123

단답형

22. $\sqrt[3]{27^2} \times 3^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 방정식 $\log_{\frac{1}{2}}(x+3) = -4$ 의 해를 구하시오. [3점]

24. 두 함수 $y = \cos \frac{2}{3}x$ 와 $y = \tan \frac{3}{a}x$ 의 주기가 같을 때,
양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x) = 4\cos(x + \pi) + k$ 의 그래프가 점 $\left(\frac{\pi}{3}, 5\right)$ 를 지날 때,
상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

26. 등식

$$(3^a + 3^{-a})^2 = 2(3^a + 3^{-a}) + 8$$

을 만족시키는 실수 a 에 대하여 $27^a + 27^{-a}$ 의 값을 구하시오.

[4점]

27. 자연수 전체의 집합의 두 부분집합

$$A = \{a, b, c\}, B = \{\log_2 a, \log_2 b, \log_2 c\}$$

에 대하여 $a+b=24$ 이고 집합 B 의 모든 원소의 합이 12일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하시오. (단, a, b, c 는 서로 다른 세 자연수이다.) [4점]

28. 자연수 n 에 대하여 $0 \leq x \leq 4$ 일 때, x 에 대한 방정식

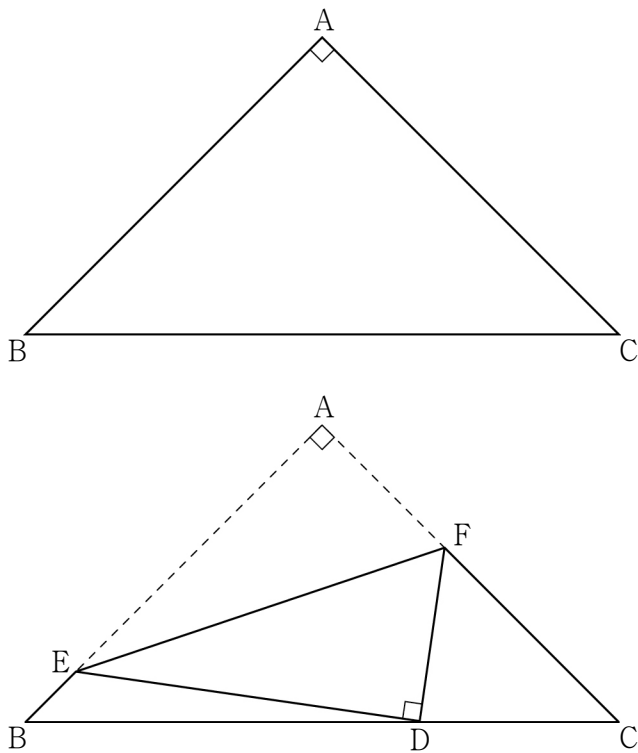
$$\sin \pi x - \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 0$$

의 모든 실근의 합을 $f(n)$ 이라 하자.

$f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}=1$, $\angle BAC=\frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC

모양의 종이가 있다. 선분 BC 위의 점 D, 선분 AB 위의 점 E, 선분 AC 위의 점 F에 대하여 선분 EF를 접는 선으로 하여 점 A가 점 D와 겹쳐지도록 접었다. 삼각형 BDE와 삼각형 DCF의 외접원의 반지름의 길이의 비가 2:1일 때, 선분 DF의 길이는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 종이의 두께는 고려하지 않으며, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 함수 $f(x)=|x-k|-4$ (k 는 실수)와 양의 실수 a ($a \neq 1$)에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} a^{-f(x)} & (f(x)<0) \\ a^{f(x)} & (f(x)\geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=16$ 의 교점의 개수가 3이고 $g(1)=16$ 일 때, 모든 $f(a-2)$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.