

수학 영역

제 2 교시

5지선다형

1. $2^{\frac{7}{3}} \times 16^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

2. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_7 - a_2$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

3. $\log_{81} 12 - \log_{81} 4$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

4. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$2x + 1 \leq f(x) \leq (x + 1)^2$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 0} (x + 5)f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2

수학 영역

5. $0 \leq x \leq 3\pi$ 일 때, 방정식 $\sqrt{2} \cos x - 1 = 0$ 의 모든 해의 합은?

[3점]

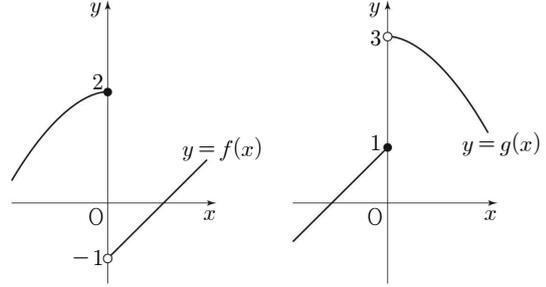
- ① $\frac{15}{4}\pi$ ② 4π ③ $\frac{17}{4}\pi$ ④ $\frac{9}{2}\pi$ ⑤ $\frac{19}{4}\pi$

6. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{\{f(x)\}^2 + 3x^2}$ 의

값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

7. 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0} \{f(x) + kg(x)\}$ 의 값이 존재할 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

8. 함수 $f(x) = \log_a(3x+1) + 2$ 가 닫힌구간 $[0, 5]$ 에서 최솟값 $\frac{2}{3}$ 를 가질 때, a 의 값은? (단, a 는 1이 아닌 양의 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{32}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2 ⑤ 8

10. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 0에서 6까지 변할 때의 평균변화율이 0일 때, $f'(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$(x-1)f(x) = \sqrt{x^2+3} + a$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

11. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h} = 6$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^3) - f(1)}{x-1}$ 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

12. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 1$, $a_{10} = 4$ 이고

$\sum_{k=1}^9 (a_k + a_{k+1}) = 25$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

13. 좌표평면 위에 두 점 $P(a, b)$, $Q(a^2, -2b^2)$ ($a > 0, b > 0$)이 있다. 두 동경 OP , OQ 가 나타내는 각의 크기를 각각 θ_1, θ_2 라 하자. $\tan \theta_1 + \tan \theta_2 = 0$ 일 때, $\sin \theta_1$ 의 값은?
(단, O 는 원점이고, x 축의 양의 방향을 시초선으로 한다.) [3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{5}$ ④ $\frac{\sqrt{7}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{5}$

14. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 4 & (a_n \geq 0) \\ a_n^2 & (a_n < 0) \end{cases}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{22} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 50 ② 54 ③ 58 ④ 62 ⑤ 66

15. 모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{20} a_k + \sum_{k=1}^{10} a_{2k} = 0$$

이 성립한다. $a_3 + a_4 = 3$ 일 때, a_1 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

16. $3 \sin^2\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) = 8 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$ 일 때, $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$ 의 값은?

[4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 - 2x + 2)f(x)$$

라 하자. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - 1}{2f(x) - 1} = -2$ 일 때, $g'(2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

18. 1이 아닌 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = 2^{\frac{1}{\log_2 x}}$$

이라 하자.

다음은 방정식 $8 \times f(f(x)) = f(x^2)$ 의 모든 해의 곱을 구하는 과정이다.

$x \neq 1$ 인 모든 양의 실수 x 에 대하여

$f(f(x)) = 2^{\frac{1}{\log_2 f(x)}}$ 에서

$8 \times f(f(x)) = 2^{\left(\boxed{\text{(가)}} + \frac{1}{\log_2 f(x)} \right)}$ 이고,

$f(x) = 2^{\frac{1}{\log_2 x}}$ 에서 $\log_2 f(x) = \frac{1}{\boxed{\text{(나)}}}$ 이다.

방정식 $8 \times f(f(x)) = f(x^2)$ 에서

$$2^{\left(\boxed{\text{(가)}} + \boxed{\text{(나)}} \right)} = 2^{\frac{1}{2 \log_2 x}}$$

$$\boxed{\text{(가)}} + \boxed{\text{(나)}} = \frac{1}{2 \log_2 x}$$

그러므로 방정식 $8 \times f(f(x)) = f(x^2)$ 의 모든 해는 방정식 $\left(\boxed{\text{(가)}} + \boxed{\text{(나)}} \right) \times 2 \log_2 x = 1$ 의 모든 해와 같다.

따라서 방정식 $8 \times f(f(x)) = f(x^2)$ 의 모든 해의 곱은 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 하고, (나)에 알맞은 식을 $g(x)$ 라 할 때, $p \times q \times g(4)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

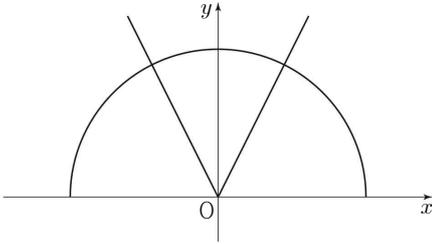
19. 두 집합

$$A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 5, y \geq 0\},$$

$$B = \{(x, y) \mid y = 2|x|\}$$

에 대하여 좌표평면에서 집합 $A \cup B$ 가 나타내는 도형을 S 라 하자. 양의 실수 m 에 대하여 직선 $y = m(x+5)$ 가 도형 S 와 만나는 점의 개수를 $f(m)$ 이라 할 때, 열린구간 $(0, \infty)$ 에서 함수 $f(m)$ 은 $m = \alpha_1, m = \alpha_2, m = \alpha_3$ 에서만 불연속이다. $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{17}{6}$ ② 3 ③ $\frac{19}{6}$ ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{7}{2}$



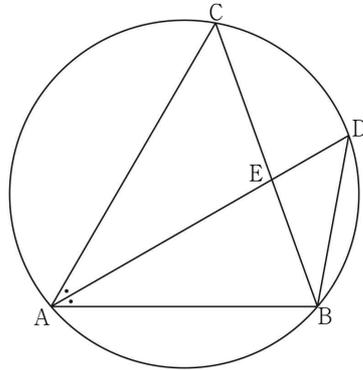
20. 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 원 C 에 내접하는 삼각형 ABC 에 대하여 $\angle BAC$ 의 이등분선이 원 C 와 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 D 라 하고, 두 선분 BC, AD 의 교점을 E 라 하자.

$\overline{BD} = \sqrt{3}$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보기 >

ㄱ. $\sin(\angle DBE) = \frac{1}{2}$
 ㄴ. $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{AB} \times \overline{AC} + 9$
 ㄷ. 삼각형 ABC 의 넓이가 삼각형 BDE 의 넓이의 4배가 되도록 하는 모든 \overline{BE} 의 값의 합은 $\frac{9}{4}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



21. 공차가 음수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,
 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

$|a_m| = 2|a_{m+2}|$ 이면서
 S_m, S_{m+1}, S_{m+2} 중에서 가장 큰 값이 460이고
 가장 작은 값이 450이 되도록 하는 자연수 m 이 존재한다.
 (단, S_n 은 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합이다.)

- ① 144 ② 148 ③ 152 ④ 156 ⑤ 160

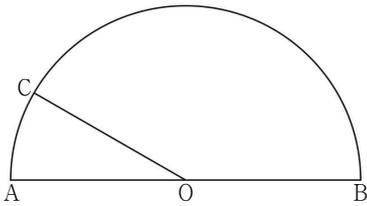
단답형

22. 함수 $f(x) = x^3 - 5x + 8$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 2, a_6 = 9$ 일 때, $a_3 \times a_5$ 의 값을
 구하시오. [3점]

24. 함수 $y = 2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프가 함수 $y = \log_2(4x - b)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

25. 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 C가 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 호 AC의 길이가 π 이고 부채꼴 OBC의 넓이가 15π 이다. 선분 OA의 길이를 구하시오. (단, 점 C는 점 A도 아니고 점 B도 아니다.) [3점]



26. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

모든 자연수 n 에 대하여 $S_n = \frac{n}{2n+1}$ 일 때,

$\sum_{k=1}^6 \frac{1}{a_k}$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 일차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)g(x)}{(x+3)^2} = 4, \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)+g(x)}{x+3} = -4$$

일 때, $g(2) - f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 자연수 n 에 대하여 닫힌구간 $[0, n]$ 에서

함수 $y = 2 \sin\left\{\frac{\pi}{6}(x+1)\right\}$ 의 최댓값을 $f(n)$, 최솟값을 $g(n)$ 이라 할 때, 부등식 $2 < f(n) - g(n) < 4$ 를 만족시키는 모든 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

29. 두 자연수 a, b 에 대하여 두 함수 $f(x), g(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x+5 & (x < 5) \\ |2x-a| & (x \geq 5) \end{cases},$$

$$g(x) = (x-5)(x-b)$$

라 하자. 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

30. 양의 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 2^x + 2^{-a} - 2 & (x < a) \\ 2^{-x} + 2^a - 2 & (x \geq a) \end{cases}$$

라 할 때, 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자.

함수 $y = |f(x)|$ 의 그래프와 직선 $y = k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 양수 k 는 오직 하나뿐이다.

$2^{M+m} = p + \sqrt{q}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 자연수이다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.