

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $3^{2\sqrt{2}} \times 9^{1-\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

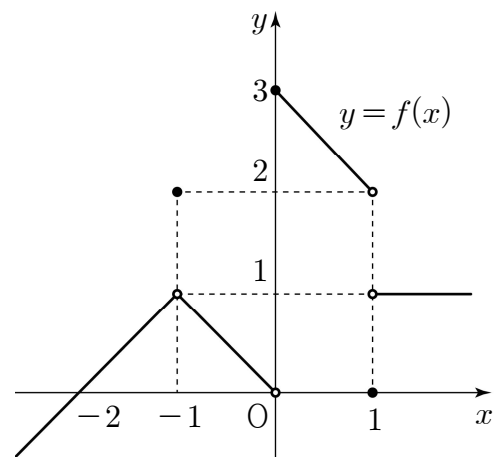
2. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = \frac{1}{2}$, $a_3 = 1$ 일 때, a_5 의 값은?
[2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

3. 함수 $f(x) = x^3 + 2x + 7$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & (x < 2) \\ x^2 - ax + 3 & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\sin\theta = \frac{4}{5}$ 일 때,
 $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - \cos(\pi + \theta)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{9}{10}$ ② 1 ③ $\frac{11}{10}$ ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{13}{10}$

7. 첫째항이 $\frac{1}{2}$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n < 0) \\ -2a_n + 1 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

일 때, $a_{10} + a_{20}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 3$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 11
- ② 12
- ③ 13
- ④ 14
- ⑤ 15

9. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\int_0^1 f'(x) dx = \int_0^2 f'(x) dx = 0$$

을 만족시킬 때, $f'(1)$ 의 값은? [4점]

- ① -4
- ② -3
- ③ -2
- ④ -1
- ⑤ 0

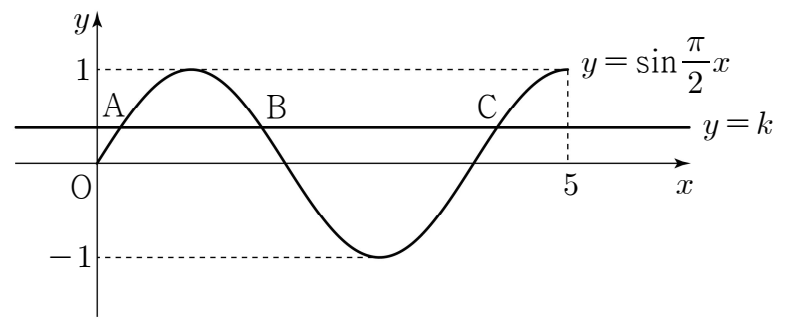
10. 곡선 $y = \sin \frac{\pi}{2} x$ ($0 \leq x \leq 5$) 가 직선 $y = k$ ($0 < k < 1$) 과

만나는 서로 다른 세 점을 y 축에서 가까운 순서대로

A, B, C 라 하자. 세 점 A, B, C 의 x 좌표의 합이 $\frac{25}{4}$ 일 때,

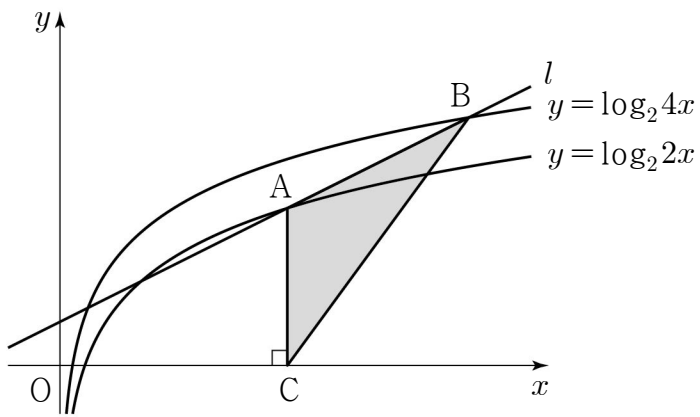
선분 AB 의 길이는? [4점]

- ① $\frac{5}{4}$
- ② $\frac{11}{8}$
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{13}{8}$
- ⑤ $\frac{7}{4}$



11. 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 직선 l 이 곡선 $y = \log_2 2x$ 와 서로 다른 두 점에서 만날 때, 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 A라 하고, 직선 l 이 곡선 $y = \log_2 4x$ 와 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 B라 하자. $\overline{AB} = 2\sqrt{5}$ 일 때, 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발 C에 대하여 삼각형 ACB의 넓이는? [4점]

- ① 5 ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{23}{4}$ ⑤ 6



12. 첫째항이 2인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{3S_k}{k+2} = S_n$$

이 성립할 때, a_{10} 의 값을 구하는 과정이다.

$n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= \sum_{k=1}^n \frac{3S_k}{k+2} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{3S_k}{k+2} = \frac{3S_n}{n+2} \end{aligned}$$

이므로 $3S_n = (n+2) \times a_n$ ($n \geq 2$)

이다.

$S_1 = a_1$ 에서 $3S_1 = 3a_1$ 이므로

$3S_n = (n+2) \times a_n$ ($n \geq 1$)

이다.

$$\begin{aligned} 3a_n &= 3(S_n - S_{n-1}) \\ &= (n+2) \times a_n - \boxed{(가)} \times a_{n-1} \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \boxed{(나)} \quad (n \geq 2)$$

따라서

$$\begin{aligned} a_{10} &= a_1 \times \frac{a_2}{a_1} \times \frac{a_3}{a_2} \times \frac{a_4}{a_3} \times \dots \times \frac{a_9}{a_8} \times \frac{a_{10}}{a_9} \\ &= \boxed{(다)} \end{aligned}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $\frac{f(p)}{g(p)}$ 의 값은? [4점]

- ① 109 ② 112 ③ 115 ④ 118 ⑤ 121

13. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(0)=\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x < -2) \\ f(x)+8 & (x \geq -2) \end{cases}$$

라 하자. 방정식 $g(x)=f(-2)$ 의 실근이 2 뿐일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [4점]

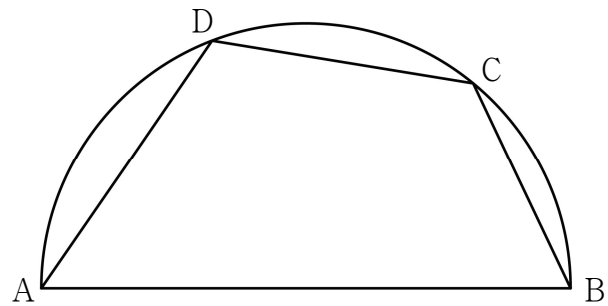
- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

14. 길이가 14인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 C를 $\overline{BC}=6$ 이 되도록 잡는다. 점 D가 호 AC 위의 점일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 점 D는 점 A와 점 C가 아닌 점이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $\sin(\angle CBA)=\frac{2\sqrt{10}}{7}$
 ㄴ. $\overline{CD}=7$ 일 때, $\overline{AD}=-3+2\sqrt{30}$
 ㄷ. 사각형 ABCD의 넓이의 최댓값은 $20\sqrt{10}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x+2) & (x < 0) \\ \int_0^x tf(t)dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 실수 a 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = |g(x) - g(a)|$$

라 할 때, 함수 $h(x)$ 가 $x=k$ 에서 미분가능하지 않은 실수 k 의 개수가 1이 되도록 하는 모든 a 의 값의 곱은? [4점]

- ① $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{7\sqrt{3}}{6}$ ③ $-\sqrt{3}$
 ④ $-\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

단답형

16. $\log_3 7 \times \log_7 9$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 - 2x - 1$ 이고 $f(1) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 + 6t - a$$

이다. 시각 $t=3$ 에서의 점 P의 위치가 6일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

19. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 $2n^2 - 9n$ 의 n 제곱근 중에서 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(3) + f(4) + f(5) + f(6)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = x^2 \int_0^x f(t) dt - \int_0^x t^2 f(t) dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 극값을 갖지 않는다.
- (나) 방정식 $g'(x) = 0$ 의 모든 실근은 0, 3이다.

$\int_0^3 |f(x)| dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \sum_{k=1}^{2n} a_k = 17n$$

$$(나) |a_{n+1} - a_n| = 2n - 1$$

$a_2 = 9$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_{2n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선의 방정식을 $y = g(x)$ 라 할 때, 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = |f(x)| + g(x)$$

라 하자. 함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y = h(x)$ 위의 점 $(k, 0)$ ($k \neq 0$) 에서의 접선의 방정식은 $y = 0$ 이다.

(나) 방정식 $h(x) = 0$ 의 실근 중에서 가장 큰 값은 12 이다.

$h(3) = -\frac{9}{2}$ 일 때, $k \times \{h(6) - h(11)\}$ 의 값을 구하시오.

(단, k 는 상수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 다항식 $(4x+1)^6$ 의 전개식에서 x 의 계수는? [2점]

- ① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

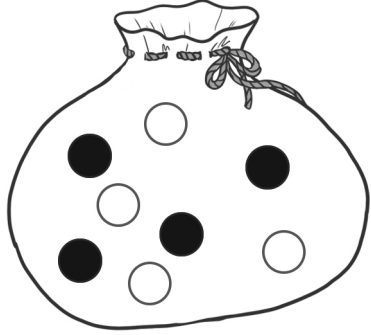
24. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르고

$E(3X-1)=17$ 일 때, $V(X)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{14}{3}$

25. 흰 공 4개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다.
이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때,
꺼낸 공 중 검은 공이 2개 이상일 확률은? [3점]

- ① $\frac{7}{10}$ ② $\frac{51}{70}$ ③ $\frac{53}{70}$ ④ $\frac{11}{14}$ ⑤ $\frac{57}{70}$



26. 세 문자 a, b, c 중에서 모든 문자가 한 개 이상씩
포함되도록 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열하는
경우의 수는? [3점]

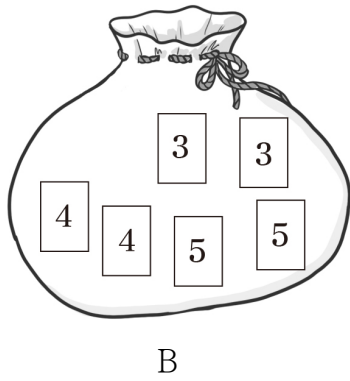
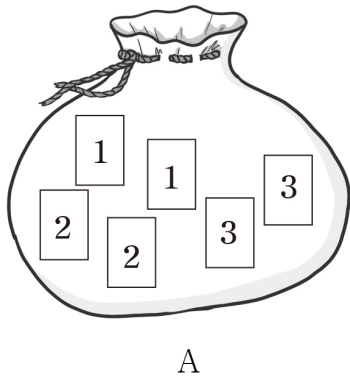
- ① 135 ② 140 ③ 145 ④ 150 ⑤ 155

27. 주머니 A에는 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 3, 3, 4, 4, 5, 5가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있다. 두 주머니 A, B와 3개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

3개의 동전을 동시에 던져
 앞면이 나오는 동전의 개수가 3이면
 주머니 A에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼내고,
 앞면이 나오는 동전의 개수가 2 이하이면
 주머니 B에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낸다.

이 시행을 한 번 하여 주머니에서 꺼낸 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 합이 소수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{5}{24}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{31}{120}$ ④ $\frac{17}{60}$ ⑤ $\frac{37}{120}$



28. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 X 에서 Y 로의 함수 f 의 개수는? [4점]

(가) $\sqrt{f(1) \times f(2) \times f(3)}$ 의 값은 자연수이다.
 (나) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.

- ① 84 ② 87 ③ 90 ④ 93 ⑤ 96

단답형

29. 두 연속확률변수 X 와 Y 가 갖는 값의 범위는 각각 $0 \leq X \leq a$, $0 \leq Y \leq a$ 이고, X 와 Y 의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하자. $0 \leq x \leq a$ 인 모든 실수 x 에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 는

$$f(x) = b, g(x) = P(0 \leq X \leq x)$$

- 이다. $P(0 \leq Y \leq c) = \frac{1}{2}$ 일 때, $(a+b) \times c^2$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

30. 각 면에 숫자 1, 1, 2, 2, 2, 2가 하나씩 적혀 있는 정육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자를 6번 던질 때, n ($1 \leq n \leq 6$)번째에 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 수를 a_n 이라 하자. $a_1 + a_2 + a_3 > a_4 + a_5 + a_6$ 일 때, $a_1 = a_4 = 1$ 일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.