

# 수학 영역

## 제 2 교시

5지선다형

1. 두 다항식

$$A = x^2 - 2xy + y^2, \quad B = 3xy - y^2$$

에 대하여  $A+B$ 는? [2점]

- ①  $x^2 - xy$       ②  $x^2 + xy$       ③  $x^2 + 2xy$   
 ④  $2x^2 - xy$       ⑤  $2x^2 + xy$

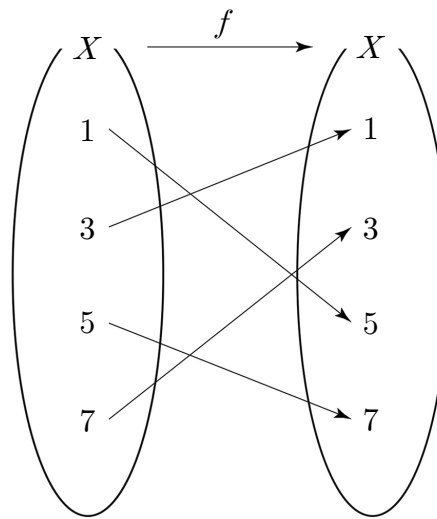
2. 모든 실수  $x$ 에 대하여 등식

$$x^2 + (a+1)x + 4 = x^2 + 3x + b$$

가 성립할 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [2점]

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

3. 그림은 함수  $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$f(3)+f^{-1}(3)$ 의 값은? [2점]

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

4. 좌표평면 위의 점  $(3, 9)$ 를 지나고 기울기가 2인 직선의  $y$ 절편은?

[3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

5. 좌표평면에서 직선  $3x - 2y + a = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 직선이 점  $(3, 2)$ 를 지날 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

7. 다항식  $f(x)$ 에 대하여 다항식  $(x+3)\{f(x)-2\}$ 를  $x-1$ 로 나눈 나머지가 16일 때, 다항식  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나눈 나머지는? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

6. 복소수  $z = 2 + \sqrt{2}i$ 에 대하여  $z^2 - 4z$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )  
[3점]

- ① -12      ② -10      ③ -8      ④ -6      ⑤ -4

8. 좌표평면에서 원  $x^2 + y^2 = 10$  위의 점  $(3, 1)$ 에서의 접선이 점  $(1, a)$ 를 지날 때,  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

10. 좌표평면에서 직선  $y = mx - 4$ 가 이차함수  $y = x^2 + x$ 의 그래프에 접하도록 하는 양수  $m$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

9.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - ax - 4 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하자.

$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = -6$ 일 때, 양수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

11. 실수  $x$ 에 대한 두 조건

$$p : |x| \leq n,$$

$$q : x^2 + 2x - 8 \leq 0$$

에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 자연수  $n$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

12. 연립방정식

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 6x^2 - xy - 2y^2 = 0 \end{cases}$$

의 해를  $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때,  $\alpha - \beta$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

13. 좌표평면에서 두 양수  $a, b$ 에 대하여

원  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2$ 을  $x$ 축의 방향으로 3만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-8$ 만큼 평행이동한 원을  $C$ 라 하자. 원  $C$ 가  $x$ 축과  $y$ 축에 동시에 접할 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

14.  $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에 대하여 삼각형 ABC의 넓이가 16일 때,  $\overline{AB}^2$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 48      ② 56      ③ 64      ④ 72      ⑤ 80

15.  $x$ 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 \geq 0 \\ x^2 - (5+k)x + 5k \leq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수  $x$ 의 개수가 5가 되도록 하는 모든 정수  $k$ 의 값의 곱은? [4점]

- ① -36    ② -30    ③ -24    ④ -18    ⑤ -12

16. 2 이상의 네 자연수  $a, b, c, d$ 에 대하여

$$(14^2 + 2 \times 14)^2 - 18 \times (14^2 + 2 \times 14) + 45 = a \times b \times c \times d \text{ 일 때,}$$

$a+b+c+d$ 의 값은? [4점]

- ① 56    ② 58    ③ 60    ④ 62    ⑤ 64

17. 좌표평면 위에 두 점  $A(0, \sqrt{3})$ ,  $B(1, 0)$ 과

원  $C: (x-1)^2 + (y-10)^2 = 9$ 가 있다. 원  $C$  위의 점  $P$ 에 대하여 삼각형  $ABP$ 의 넓이가 자연수가 되도록 하는 모든 점  $P$ 의 개수는? [4점]

- ① 9      ② 10      ③ 11      ④ 12      ⑤ 13

18. 두 복소수

$$z_1 = a + bi, \quad z_2 = c + di$$

에 대하여  $a, b, c, d$ 는 자연수이고  $z_1 \bar{z}_1 = 10$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ 이고,  $\bar{z}$ 는 복소수  $z$ 의 켤레복소수이다.) [4점]

— < 보 기 > —

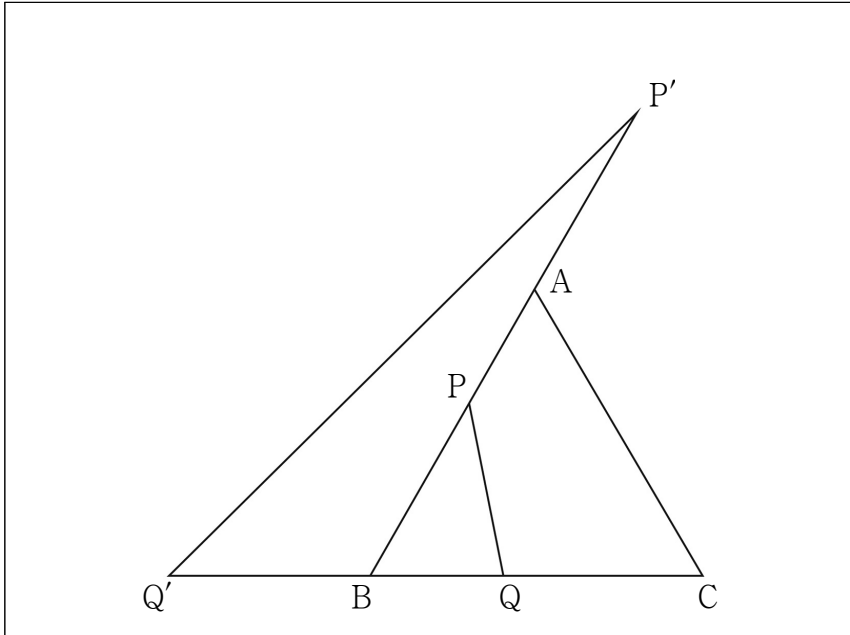
ㄱ.  $a^2 + b^2 = 10$

ㄴ.  $z_1 + \bar{z}_2 = 3$ 이면  $c + d = 5$ 이다.

ㄷ.  $(z_1 + z_2)(\overline{z_1 + z_2}) = 41$ 이면  $z_2 \bar{z}_2$ 의 최댓값은 17이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 한 변의 길이가 3인 정삼각형 ABC가 있다.  $0 < k < 1$ 인 실수  $k$ 에 대하여 두 선분 AB, BC를  $(1-k):k$ 로 내분하는 점을 각각 P, Q라 하고 두 선분 AB, BC를  $k:(k+1)$ 로 외분하는 점을 각각 P', Q'이라 하자. 삼각형 PBQ의 넓이를  $S_1$ , 삼각형 P'Q'B의 넓이를  $S_2$ 라 할 때, 다음은  $S_1 : S_2 = 1 : 4$ 가 되도록 하는  $k$ 의 값을 구하는 과정이다.



두 선분 AB, BC의 길이가 모두 3이므로

$$\overline{AP} = \overline{BQ} = \boxed{\text{(가)}}, \quad \overline{AP'} = \overline{BQ'} = 3k$$

이다.

두 점 P, P'에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 각각 H, H'이라 하면

두 삼각형 PBH와 P'BH'에서

$$\begin{aligned} \overline{PH} : \overline{P'H'} &= \overline{PB} : \overline{P'B} \\ &= \{3 - \boxed{\text{(가)}}\} : \boxed{\text{(나)}} \end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned} S_1 : S_2 &= \left(\frac{1}{2} \times \overline{BQ} \times \overline{PH}\right) : \left(\frac{1}{2} \times \overline{BQ'} \times \overline{P'H'}\right) \\ &= (\overline{BQ} \times \overline{PB}) : (\overline{BQ'} \times \overline{P'B}) \end{aligned}$$

이다. 따라서  $k = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(k)$ 라 하고 (다)에 알맞은 수를  $p$ 라 할 때,  $f(p) \times g(p)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{128}{25}$     ②  $\frac{132}{25}$     ③  $\frac{136}{25}$     ④  $\frac{28}{5}$     ⑤  $\frac{144}{25}$

20. 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

에 대하여 집합  $U$ 의 부분집합  $X$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 집합  $X$ 의 모든 원소의 합의 최솟값은? [4점]

- (가)  $n(X) = 6$   
 (나)  $A - X = B - X$   
 (다)  $(X - A) \cap (X - B) \neq \emptyset$

- ① 26    ② 27    ③ 28    ④ 29    ⑤ 30



21.  $1 \leq a < b$ 인 두 상수  $a, b$ 에 대하여 세 집합

$$A = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{4}{3}x \text{ 이고 } (x+2)^2 + (y+1)^2 = 1 \right\},$$

$$B = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{4}{3}x \text{ 이고 } (x-a-1)^2 + (y-a)^2 = a^2 \right\},$$

$$C = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{4}{3}x \text{ 이고 } (x-b-1)^2 + (y-b)^2 = b^2 \right\}$$

이 있다.  $n(A \cup B \cup C) = 3$ 일 때,  $a+b$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{14}{5}$       ② 3      ③  $\frac{16}{5}$       ④  $\frac{17}{5}$       ⑤  $\frac{18}{5}$

단답형

22. 두 집합  $A = \{2, 5\}$ ,  $B = \{2, 4, a\}$ 에 대하여  $A \subset B$ 일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 다항식  $(x+a)^3 + x(x-4)$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수가 10일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하십시오. [3점]

24. 좌표평면 위의 세 점  $A(2, 6)$ ,  $B(4, 1)$ ,  $C(8, a)$ 에 대하여 삼각형  $ABC$ 의 무게중심이 직선  $y=x$  위에 있을 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. (단, 점  $C$ 는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]

25. 세 양수  $a, b, c$ 에 대하여 좌표평면 위에 서로 다른 네 점  $O(0, 0)$ ,  $A(a, 7)$ ,  $B(b, c)$ ,  $C(5, 5)$ 가 있다. 사각형  $OABC$ 가 선분  $OB$ 를 대각선으로 하는 마름모일 때,  $a+b+c$ 의 값을 구하시오. (단, 네 점  $O, A, B, C$  중 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않다.) [3점]

26.  $0 \leq x \leq 2$ 에서 정의된 이차함수  $f(x) = x^2 - 2ax + 2a^2$ 의 최솟값이 10일 때, 함수  $f(x)$ 의 최댓값을 구하시오. (단,  $a$ 는 양수이다.) [4점]

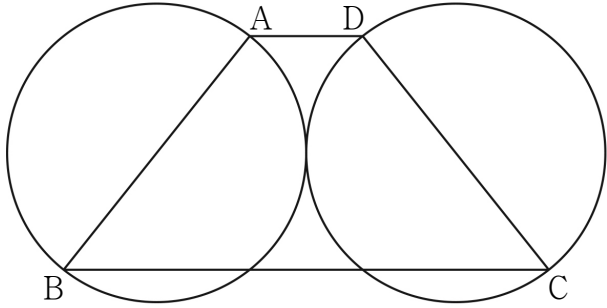
27. 집합  $X = \{2, 3\}$ 을 정의역으로 하는 함수  $f(x) = ax - 3a$ 와  
 함수  $f(x)$ 의 치역을 정의역으로 하고 집합  $X$ 를 공역으로 하는  
 함수  $g(x) = x^2 + 2x + b$ 가 있다.  
 함수  $g \circ f : X \rightarrow X$ 가 항등함수일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오.  
 (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4점]

28. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x+2 & (x < 2) \\ x^2 - 7x + 16 & (x \geq 2) \end{cases}$$

에 대하여  $(f \circ f)(a) = f(a)$ 를 만족시키는 모든 실수  $a$ 의 값의  
 합을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이  $\overline{AD} = 4$ 인 등변사다리꼴 ABCD에 대하여 선분 AB를 지름으로 하는 원과 선분 CD를 지름으로 하는 원이 오직 한 점에서 만난다. 사각형 ABCD의 넓이와 둘레의 길이를 각각  $S, l$ 이라 하면  $S^2 + 8l = 6720$ 이다.  $\overline{BD}^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $\overline{AD} < \overline{BC}$ ,  $\overline{AB} = \overline{CD}$ ) [4점]



30. 이차함수  $f(x) = a(x-1)^2 - 10$  ( $a$ 는 양의 상수)와 실수  $k$ 에 대하여  $k-1 \leq x \leq k+1$ 에서 함수  $|f(x)|$ 의 최댓값을  $g(k)$ 라 할 때, 함수  $g(k)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$g(k) = 10$ 을 만족시키는 실수  $k$ 의 최댓값은  $\sqrt{10}$ 이다.

함수  $g(k)$ 가  $k=b$ 와  $k=c$ 에서 최솟값  $m$ 을 가질 때,  $b^2 + c^2 + m^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $b, c$ 는 서로 다른 상수이다.) [4점]

※ 확인 사항  
 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.