

제 2 교시

수학 영역(가형)

홀수형

5지선다형

1. $\sqrt[3]{9} \times 3^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $3^{\frac{1}{2}}$ ③ 3 ④ $3^{\frac{3}{2}}$ ⑤ 9

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{4n^2 + 2n + 1} - 2n}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta = \frac{\sqrt{21}}{7}$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(B|A) = \frac{1}{4}, \quad P(A|B) = \frac{1}{3}, \quad P(A) + P(B) = \frac{7}{10}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{11}$

5. 부등식 $\left(\frac{1}{9}\right)^x < 3^{21-4x}$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 함수 $f(x) = (x^2 - 2x - 7)e^x$ 의 극댓값과 극솟값을 각각 a, b 라 할 때, $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① -32 ② -30 ③ -28 ④ -26 ⑤ -24

6. 정규분포 $N(20, 5^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 16 인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 할 때, $E(\bar{X}) + \sigma(\bar{X})$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{83}{4}$ ② $\frac{85}{4}$ ③ $\frac{87}{4}$ ④ $\frac{89}{4}$ ⑤ $\frac{91}{4}$

8. 곡선 $y = e^{2x}$ 과 x 축 및 두 직선 $x = \ln \frac{1}{2}$, $x = \ln 2$ 로

둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{15}{8}$ ③ $\frac{15}{7}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

9. 문자 A, B, C, D, E가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드와 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 있다. 이 9장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 문자 A가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에 각각 숫자가 적혀 있는 카드가 놓일 확률은? [3점]

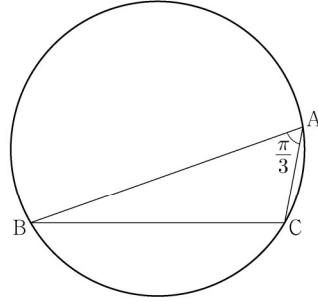
- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{12}$



10. $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 이고 $\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 1$ 인 삼각형 ABC가 있다.

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때, 선분 AC의 길이는? [3점]

- ① $2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{21}$ ③ $\sqrt{22}$ ④ $\sqrt{23}$ ⑤ $2\sqrt{6}$



11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{3n}{3n+k}}$ 의 값은? [3점]

- ① $4\sqrt{3}-6$ ② $\sqrt{3}-1$ ③ $5\sqrt{3}-8$
 ④ $2\sqrt{3}-3$ ⑤ $3\sqrt{3}-5$

12. 확률변수 X 는 평균이 8, 표준편차가 3인 정규분포를 따르고, 확률변수 Y 는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다. 두 확률변수 X, Y 가

$$P(4 \leq X \leq 8) + P(Y \geq 8) = \frac{1}{2}$$

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

을 만족시킬 때, $P\left(Y \leq 8 + \frac{2\sigma}{3}\right)$ 의 값을

오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

- ① 0.8351 ② 0.8413 ③ 0.9332
 ④ 0.9772 ⑤ 0.9938

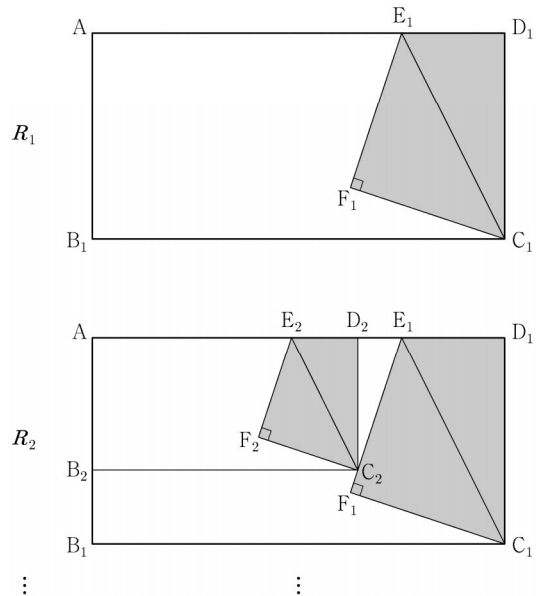
13. $\frac{1}{4} < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y=1$ 이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=-1$ 이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. 선분 AB를 1:4로 외분하는 점의 좌표는 $(0, 1)$ 이다.
 ㄴ. 사각형 ABCD가 직사각형이면 $a = \frac{1}{2}$ 이다.
 ㄷ. $\overline{AB} < \overline{CD}$ 이면 $\frac{1}{2} < a < 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 그림과 같이 $\overline{AB_1} = 2$, $\overline{AD_1} = 4$ 인 직사각형 $AB_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 AD_1 을 3:1로 내분하는 점을 E_1 이라 하고, 직사각형 $AB_1C_1D_1$ 의 내부에 점 F_1 을 $\overline{F_1E_1} = \overline{F_1C_1}$, $\angle E_1F_1C_1 = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡고 삼각형 $E_1F_1C_1$ 을 그린다. 사각형 $E_1F_1C_1D_1$ 을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 선분 AB_1 위의 점 B_2 , 선분 E_1F_1 위의 점 C_2 , 선분 AE_1 위의 점 D_2 와 점 A를 꼭짓점으로 하고 $\overline{AB_2} : \overline{AD_2} = 1:2$ 인 직사각형 $AB_2C_2D_2$ 를 그린다. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형 $AB_2C_2D_2$ 에 삼각형 $E_2F_2C_2$ 를 그리고 사각형 $E_2F_2C_2D_2$ 를 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{441}{103}$ ② $\frac{441}{109}$ ③ $\frac{441}{115}$ ④ $\frac{441}{121}$ ⑤ $\frac{441}{127}$

15. $x > 0$ 에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f'(x) = 2 - \frac{3}{x^2}, \quad f(1) = 5$$

이다. $x < 0$ 에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(-3)$ 의 값은? [4점]

- (가) $x < 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g'(x) = f'(-x)$ 이다.
 (나) $f(2) + g(-2) = 9$

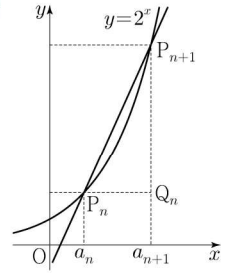
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 상수 $k(k > 1)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

모든 자연수 n 에 대하여 $a_n < a_{n+1}$ 이고
 곡선 $y = 2^x$ 위의 두 점 $P_n(a_n, 2^{a_n}), P_{n+1}(a_{n+1}, 2^{a_{n+1}})$ 을
 지나는 직선의 기울기는 $k \times 2^{a_n}$ 이다.

점 P_n 을 지나고 x 축에 평행한 직선과
 점 P_{n+1} 을 지나고 y 축에 평행한
 직선이 만나는 점을 Q_n 이라 하고
 삼각형 $P_n Q_n P_{n+1}$ 의 넓이를 A_n 이라
 하자.

다음은 $a_1 = 1, \frac{A_3}{A_1} = 16$ 일 때, A_n 을
 구하는 과정이다.



두 점 P_n, P_{n+1} 을 지나는 직선의 기울기가 $k \times 2^{a_n}$ 이므로

$$2^{a_{n+1} - a_n} = k(a_{n+1} - a_n) + 1$$

이다. 즉, 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} - a_n$ 은
 방정식 $2^x = kx + 1$ 의 해이다.

$k > 1$ 이므로 방정식 $2^x = kx + 1$ 은 오직 하나의 양의 실근
 d 를 갖는다. 따라서 모든 자연수 n 에 대하여
 $a_{n+1} - a_n = d$ 이고, 수열 $\{a_n\}$ 은 공차가 d 인 등차수열이다.
 점 Q_n 의 좌표가 $(a_{n+1}, 2^{a_n})$ 이므로

$$A_n = \frac{1}{2}(a_{n+1} - a_n)(2^{a_{n+1}} - 2^{a_n})$$

이다. $\frac{A_3}{A_1} = 16$ 이므로 d 의 값은 (가) 이고,

수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = \text{(나)}$$

이다. 따라서 모든 자연수 n 에 대하여 $A_n = \text{(다)}$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나)와 (다)에 알맞은 식을 각각
 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $p + \frac{g(4)}{f(2)}$ 의 값은? [4점]

- ① 118 ② 121 ③ 124 ④ 127 ⑤ 130

17. 좌표평면의 원점에 점 P가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가
 2 이하이면 점 P를 x 축의 양의 방향으로 3만큼,
 3 이상이면 점 P를 y 축의 양의 방향으로 1만큼
 이동시킨다.

이 시행을 15번 반복하여 이동된 점 P와 직선 $3x+4y=0$ 사이의 거리를 확률변수 X 라 하자. $E(X)$ 의 값은? [4점]

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

18. 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a-2)x^{2n+1} + 2x}{3x^{2n} + 1}$$

라 하자. $(f \circ f)(1) = \frac{5}{4}$ 가 되도록 하는 모든 a 의 값의 합은?

[4점]

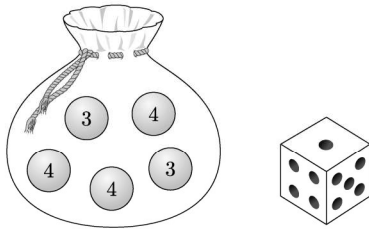
- ① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{13}{2}$ ③ $\frac{15}{2}$ ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{19}{2}$

19. 숫자 3, 3, 4, 4, 4가 하나씩 적힌 5개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 꺼낸 공에 적힌 수가 3이면 주사위를 3번 던져서 나오는 세 눈의 수의 합을 점수로 하고, 꺼낸 공에 적힌 수가 4이면 주사위를 4번 던져서 나오는 네 눈의 수의 합을 점수로 한다.

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 10점일 확률은? [4점]

- ① $\frac{13}{180}$ ② $\frac{41}{540}$ ③ $\frac{43}{540}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{47}{540}$



20. 함수 $f(x) = \pi \sin 2\pi x$ 에 대하여 정의역이 실수 전체의 집합이고 치역이 집합 $\{0, 1\}$ 인 함수 $g(x)$ 와 자연수 n 이 다음 조건을 만족시킬 때, n 의 값은? [4점]

함수 $h(x) = f(nx)g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이고 $\int_{-1}^1 h(x) dx = 2, \int_{-1}^1 x h(x) dx = -\frac{1}{32}$ 이다.

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

21. 수열 $\{a_n\}$ 은 $0 < a_1 < 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n} = a_2 \times a_n + 1$

(나) $a_{2n+1} = a_2 \times a_n - 2$

$a_8 - a_{15} = 63$ 일 때, $\frac{a_8}{a_1}$ 의 값은? [4점]

- ① 91 ② 92 ③ 93 ④ 94 ⑤ 95

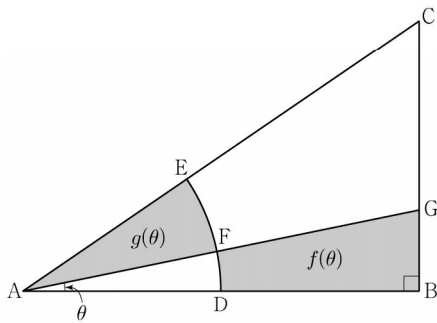
단답형

22. $\left(x + \frac{3}{x^2}\right)^5$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 6}{x - 1}$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

24. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC에서 중심이 A, 반지름의 길이가 1인 원이 두 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E라 하자.
호 DE의 삼등분점 중 점 D에 가까운 점을 F라 하고, 직선 AF가 선분 BC와 만나는 점을 G라 하자.
 $\angle BAG = \theta$ 라 할 때, 삼각형 ABG의 내부와 부채꼴 ADF의 외부의 공통부분의 넓이를 $f(\theta)$, 부채꼴 AFE의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $40 \times \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [3점]

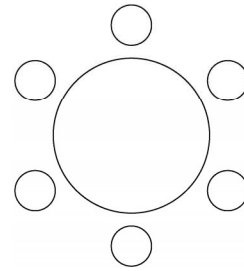


25. 첫째항이 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^5 a_k = 55$ 일 때,

$\sum_{k=1}^5 k(a_k - 3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 세 학생 A, B, C를 포함한 6명의 학생이 있다. 이 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- (가) A와 B는 이웃한다.
- (나) B와 C는 이웃하지 않는다.



27. $\log_4 2n^2 - \frac{1}{2} \log_2 \sqrt{n}$ 의 값이 40 이하의 자연수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하시오. [4점]

28. 두 상수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = (x-a)(x-b)^2$$

이라 하자. 함수 $g(x) = x^3 + x + 1$ 의 역함수 $g^{-1}(x)$ 에 대하여 합성함수 $h(x) = (f \circ g^{-1})(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 함수 $(x-1)|h(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
- (나) $h'(3) = 2$

29. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 검은색 모자 6개와 흰색 모자 6개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 모자끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 각 학생은 1개 이상의 모자를 받는다.
 (나) 학생 A가 받는 검은색 모자의 개수는 4 이상이다.
 (다) 흰색 모자보다 검은색 모자를 더 많이 받는 학생은 A를 포함하여 2명뿐이다.

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x) = f(\sin^2 \pi x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 < x < 1$ 에서 함수 $g(x)$ 가 극대가 되는 x 의 개수가 3이고, 이때 극댓값이 모두 동일하다.
 (나) 함수 $g(x)$ 의 최댓값은 $\frac{1}{2}$ 이고 최솟값은 0이다.

$f(2) = a + b\sqrt{2}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.