

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $z=2+3i$ 일 때, $z+\bar{z}$ 의 값은?

(단, $i=\sqrt{-1}$ 이고, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.) [2점]

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ $3i$ ⑤ $6i$

2. 두 다항식

$$A=x^2+2x-1, B=x^2-x+3$$

에 대하여 $2A-B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① x^2+5x-5 ② x^2+5x-1 ③ x^2-3x-5
 ④ $2x^2-3x+5$ ⑤ $2x^2-3x-1$

3. 다항식 $x^4+2x^3+3x^2+4x+5$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는? [2점]

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

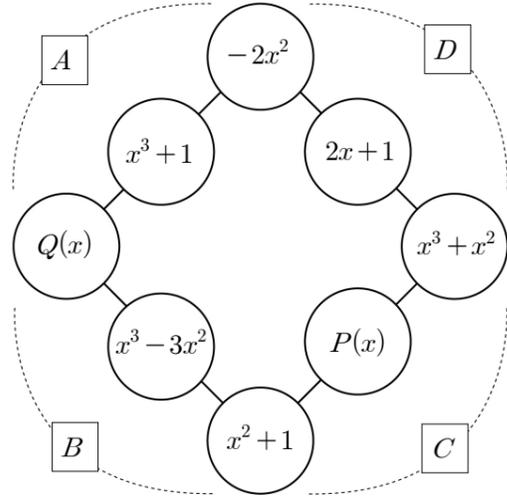
4. x 에 대한 이차방정식 $x^2+ax-2=0$ 의 두 근이 1과 b 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 이차함수 $y=x^2-6x+a$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 정수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

6. 그림과 같이 8개의 다항식을 사각형 모양으로 배열하고 각 변에 배열된 3개의 다항식의 합을 각각 A, B, C, D 라 하자. 다항식 A, B, C, D 가 x 의 값에 관계없이 모두 같을 때, 두 다항식의 합 $P(x)+Q(x)$ 는? [3점]



- ① $-3x^2+2x$ ② $-2x^2+4x$ ③ $-x^2+4x+1$
 ④ $2x^2+4x$ ⑤ $3x^2+2x$

7. 다항식 $f(x)$ 를 x^2+1 로 나눈 나머지가 $x+1$ 이다. $\{f(x)\}^2$ 을 x^2+1 로 나눈 나머지가 $R(x)$ 일 때, $R(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8. 이차방정식 $2x^2-2x+1=0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha^4-\alpha^2+\alpha$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

9. 복소수 $z = x^2 - (5-i)x + 4 - 2i$ 에 대하여

$$\bar{z} = -z$$

를 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 합은?

(단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 다음은 다항식 $3x^3 - 7x^2 + 5x + 1$ 을 $3x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 구하기 위하여 조립제법을 이용하는 과정이다.

조립제법을 이용하면

$\frac{1}{3}$	3	-7	5	1
		□	□	1
	3	□	□	2

이므로

$$3x^3 - 7x^2 + 5x + 1 = \left(x - \frac{1}{3}\right)(\square(\text{가})) + 2$$

$$= (3x - 1)(\square(\text{나})) + 2 \text{이다.}$$

따라서, 몫은 $\square(\text{나})$ 이고, 나머지는 2이다.

위의 (가), (나)에 들어갈 식을 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 할 때, $f(2) + g(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. $x - y = 2$, $x^3 - y^3 = 12$ 일 때, xy 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

12. 직선 $y = -x + a$ 가 이차함수 $y = x^2 + bx + 3$ 의 그래프에 접하도록 하는 a 의 최댓값은? (단, a , b 는 실수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 자동차의 엔진 속에는 원기둥 모양의 실린더가 있다.
 실린더의 지름과 높이를 각각 보어와 스트로크라 하고,
 실린더가 흡입할 수 있는 최대 기체의 양을 배기량이라 한다.
 보어가 $R(\text{mm})$, 스트로크가 $H(\text{mm})$, 실린더의 개수가
 $M(\text{개})$ 인 자동차의 총 배기량을 $W(\text{cc})$ 라 할 때, 다음과 같은
 관계식이 성립한다고 한다.

$$W = \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 \frac{HM}{1000}$$

두 자동차 A, B 에 대하여 A 의 보어는 B 의 보어의 $\frac{2}{3}$ 배이고,

A 의 스트로크는 B 의 스트로크의 $\frac{9}{8}$ 배이다.

실린더의 개수가 같은 두 자동차 A, B 의 총 배기량을 각각

W_A, W_B 라 할 때, $\frac{W_A}{W_B}$ 의 값은? (단, 한 자동차의 실린더들은
 모두 같다.) [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

14. 실수 p 에 대하여 $0 \leq x \leq 2$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 - 4px$ 의
 최솟값을 $g(p)$ 라 하자. $g(-1) + g\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

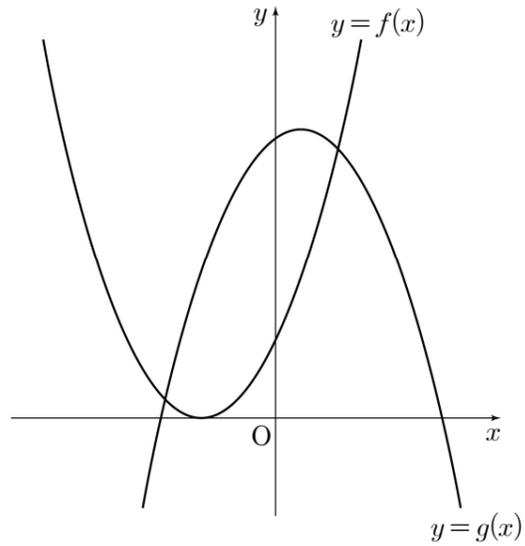
- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

15. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $g(x)$ 를 $x-4$ 로 나눈 나머지는? [4점]

(가) $g(x) = x^2 f(x)$
 (나) $g(x) + (3x^2 + 4x)f(x) = x^3 + ax^2 + 2x + b$
 (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

16. 두 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + b, g(x) = -x^2 + cx + d$ 에 대하여 그림과 같이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축에 접하고, 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프는 제1사분면과 제2사분면에서 만난다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

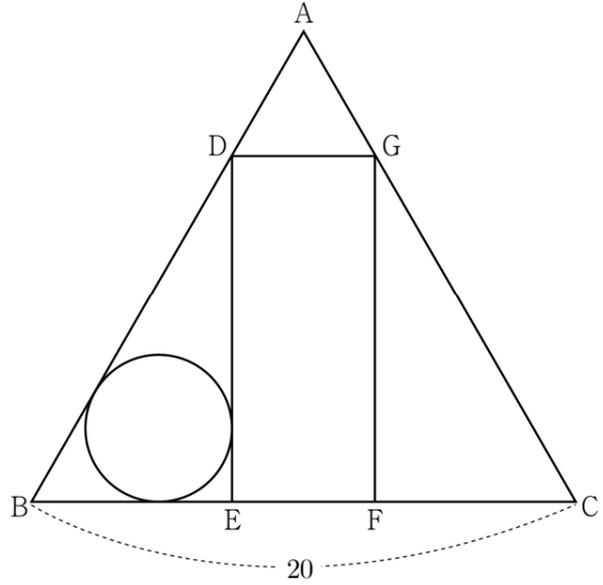
ㄱ. $a^2 - 4b = 0$
 ㄴ. $a^2 - 4d < 0$
 ㄷ. $(a-c)^2 - 8(b-d) > 0$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 자연수 n 에 대하여 두 함수 $f(x)=x^2+n^2$ 과 $g(x)=2nx+1$ 의 그래프가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 점 A와 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. 네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이가 66이 되도록 하는 n 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 20인 정삼각형 ABC에 대하여 변 AB 위의 점 D, 변 AC 위의 점 G, 변 BC 위의 두 점 E, F를 꼭짓점으로 하는 직사각형 DEFG가 있다. 직사각형 DEFG의 넓이가 최대일 때, 삼각형 DBE에 내접하는 원의 둘레의 길이는 $(p\sqrt{3}+q)\pi$ 이다. p^2+q^2 의 값은? (단, p, q 는 유리수이다.) [4점]

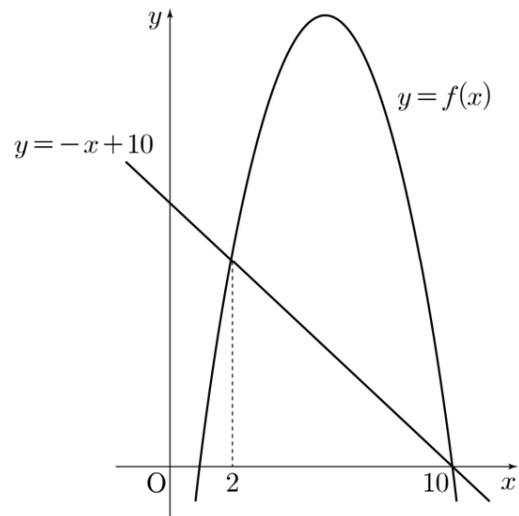


- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

19. 이차함수 $f(x)=x^2-x+k$ 의 그래프와 직선 $y=x+1$ 이 두 점에서 만날 때, 그 교점의 x 좌표를 각각 α, β ($\alpha < \beta$)라 하자. 세 점 $A(\alpha, f(\alpha)), B(\beta, f(\alpha)), C(\beta, f(\beta))$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이가 8일 때, $f(6)$ 의 값은?
(단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

20. 그림은 이차함수 $f(x)=-x^2+11x-10$ 의 그래프와 직선 $y=-x+10$ 을 나타낸 것이다. 직선 $y=-x+10$ 위의 한 점 $A(t, -t+10)$ 에 대하여 점 A를 지나고 y 축에 평행한 직선이 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 B, 점 B를 지나고 x 축과 평행한 직선이 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 C, 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선과 점 C를 지나고 y 축에 평행한 직선이 만나는 점을 D라 하자. 네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은?
(단, $2 < t < 10, t \neq \frac{11}{2}$ 이다.) [4점]



- ① 30 ② 33 ③ 36 ④ 39 ⑤ 42

21. 최고차항의 계수가 1인 사차다항식 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 양수 p 의 값은? [4점]

- (가) $f(x)$ 를 $x+2$, x^2+4 로 나눈 나머지는 모두 $3p^2$ 이다.
- (나) $f(1)=f(-1)$
- (다) $x-\sqrt{p}$ 는 $f(x)$ 의 인수이다.

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

단답형

22. $i+2i^2+3i^3+4i^4+5i^5=a+bi$ 일 때, $3a+2b$ 의 값을 구하시오.
(단, $i=\sqrt{-1}$ 이고, a, b 는 실수이다.) [3점]

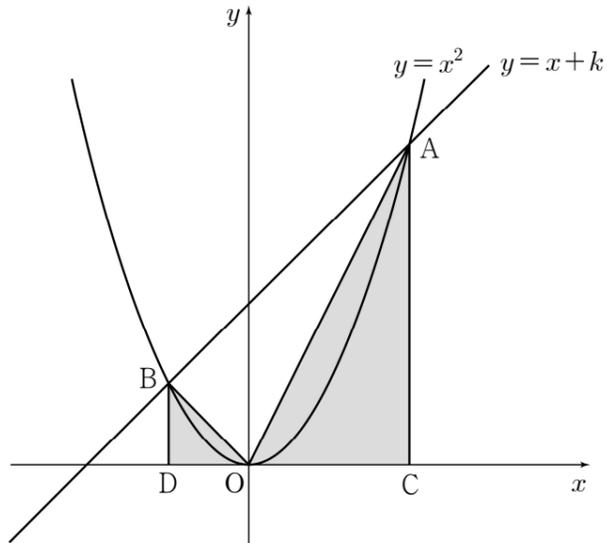
23. $(3x+ay)^3$ 의 전개식에서 x^2y 의 계수가 54일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

24. $(2020+1)(2020^2-2020+1)$ 을 2017로 나눈 나머지를 구하시오.
[3점]

26. x 에 대한 이차방정식 $f(x)=0$ 의 두 근의 합이 16일 때, x 에 대한 이차방정식 $f(2020-8x)=0$ 의 두 근의 합을 구하시오.
[4점]

25. 이차항의 계수가 1인 이차다항식 $f(x)$ 에 대하여
 $f(x)+2$ 는 $x+2$ 로 나누어떨어지고, $f(x)-2$ 는 $x-2$ 로
나누어떨어질 때, $f(10)$ 의 값을 구하시오. [3점]

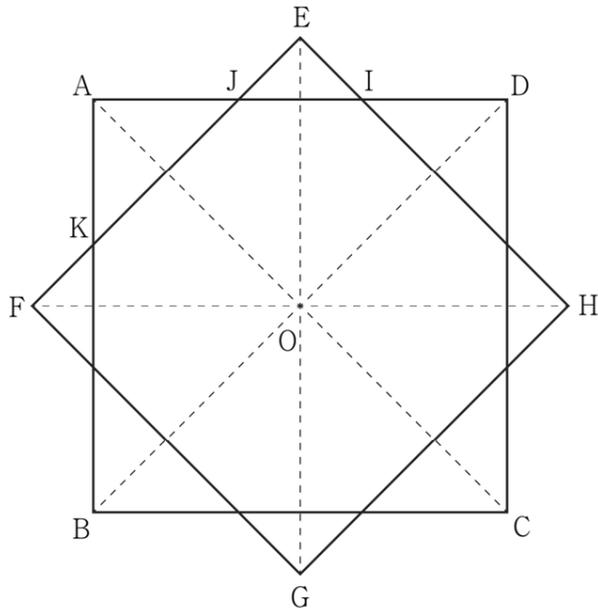
27. 그림과 같이 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프와 직선 $y=x+k$ 가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 점 A와 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. 삼각형 AOC의 넓이를 S_1 , 삼각형 DOB의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 - S_2 = 20$ 을 만족시키는 양수 k 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 두 점 A, B는 각각 제1사분면과 제2사분면 위에 있다.) [4점]



28. 두 양수 p, q 에 대하여 이차함수 $f(x)=-x^2+px-q$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, p^2+q^2 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $y=f(x)$ 의 그래프는 x 축에 접한다.
- (나) $-p \leq x \leq p$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 -54 이다.

29. $\frac{\sqrt{2}}{2} < k < \sqrt{2}$ 인 실수 k 에 대하여 그림과 같이 한 변의 길이가 각각 2, $2k$ 인 두 정사각형 ABCD, EFGH가 있다. 두 정사각형의 대각선이 모두 한 점 O에서 만나고, 대각선 FH가 변 AB를 이등분한다. 변 AD와 EH의 교점을 I, 변 AD와 EF의 교점을 J, 변 AB와 EF의 교점을 K라 하자. 삼각형 AKJ의 넓이가 삼각형 EJI의 넓이의 $\frac{3}{2}$ 배가 되도록 하는 k 의 값이 $p\sqrt{2}+q\sqrt{6}$ 일 때, $100(p+q)$ 의 값을 구하시오.
(단, p, q 는 유리수이다.) [4점]



30. 50 이하의 두 자연수 m, n 에 대하여 $\left\{i^n + \left(\frac{1}{i}\right)^{2n}\right\}^m$ 의 값이 음의 실수가 되도록 하는 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하시오.
(단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.