

제 3 교 시

2023학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

공 통

성명		수험번호								
----	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 기입하십시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며, '0'이 포함된 경우에는 '0'을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.
- 23번부터는 선택과목이니 자신이 선택한 과목(확률과 통계, 미적분, 기하)의 문제지인지 확인하십시오.

※ 시험 시작 전까지 표지를 넘기지 마시오.

권
말

1. $\frac{4}{3^{-2}+3^{-3}}$ 의 값은? [2점]

① 9

② 18

③ 27

④ 36

⑤ 45

2. 함수 $f(x) = (x^3 - 2x^2 + 3)(ax + 1)$ 에 대하여 $f'(0) = 15$ 일 때, 상수 a 의 값은? [2점]

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

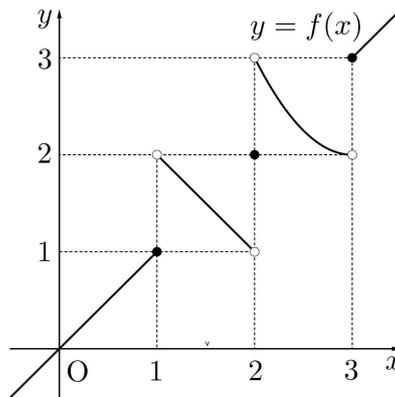
3. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 4, \frac{(a_3)^2}{a_1 \times a_7} = 2$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

4. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 이차방정식 $5x^2 - x + a = 0$ 의 두 근이 $\sin\theta, \cos\theta$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① $-\frac{12}{5}$

② -2

③ $-\frac{8}{5}$

④ $-\frac{6}{5}$

⑤ $-\frac{4}{5}$

6. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + ax^2 + b$ 가 $x = a$ 에서 극소이고, 극댓값 $a+8$ 을 가질 때, $a+b$ 의 값은?

(단, a, b 는 상수이다.) [3점]

① 2

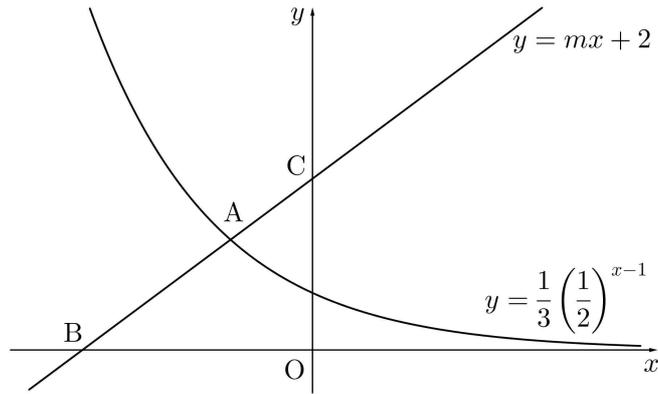
② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

7. 그림과 같이 직선 $y=mx+2$ ($m>0$)이 곡선 $y=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$ 과 만나는 점을 A, 직선 $y=mx+2$ 가 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 B, C라 하자. $\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$ 일 때, 상수 m 의 값은? [3점]



① $\frac{7}{12}$

② $\frac{5}{8}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{17}{24}$

⑤ $\frac{3}{4}$

8. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & (x < a) \\ 2x + b & (x \geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

9. 곡선 $y = |\log_2(-x)|$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 후 x 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 곡선을 $y = f(x)$ 라 하자. 곡선 $y = f(x)$ 와 곡선 $y = |\log_2(-x+8)|$ 이 세 점에서 만나고 세 교점의 x 좌표의 합이 18일 때, k 의 값은? [4점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

10. 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]

(가) $f(0) = 2$ 이고 $f'(4) = -24$ 이다.

(나) 부등식 $xf'(x) > 0$ 을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 범위는 $1 < x < 3$ 이다.

① 3

② $\frac{10}{3}$

③ $\frac{11}{3}$

④ 4

⑤ $\frac{13}{3}$

11. 자연수 n 에 대하여 직선 $x=n$ 이 직선 $y=x$ 와 만나는 점을 P_n , 곡선 $y = \frac{1}{20}x\left(x + \frac{1}{3}\right)$ 과 만나는 점을 Q_n , x 축과 만나는 점을 R_n 이라 하자. 두 선분 P_nQ_n , Q_nR_n 의 길이 중 작은 값을 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

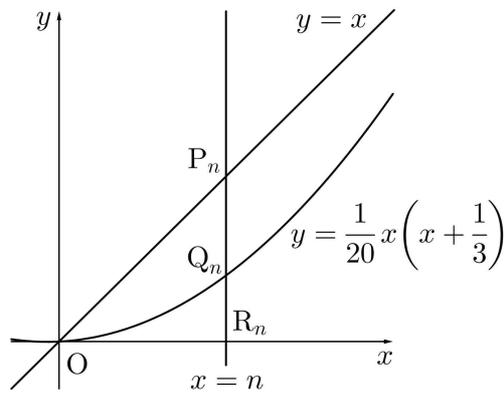
① $\frac{115}{6}$

② $\frac{58}{3}$

③ $\frac{39}{2}$

④ $\frac{59}{3}$

⑤ $\frac{119}{6}$



12. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & (x \leq 2) \\ ax + b & (x > 2) \end{cases}$$

에 대하여 $f(\alpha) + \lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x) = 4$ 를 만족시키는 실수 α 의 개수가 4이고, 이 네 수의 합이 8이다.

$a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

① $-\frac{7}{4}$

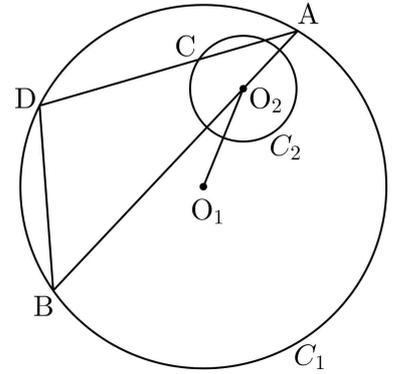
② $-\frac{5}{4}$

③ $-\frac{3}{4}$

④ $-\frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{4}$

13. 그림과 같이 중심이 O_1 이고 반지름의 길이가 $r(r > 3)$ 인 원 C_1 과 중심이 O_2 이고 반지름의 길이가 1인 원 C_2 에 대하여 $\overline{O_1O_2} = 2$ 이다. 원 C_1 위를 움직이는 점 A 에 대하여 직선 AO_2 가 원 C_1 과 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 B 라 하자. 원 C_2 위를 움직이는 점 C 에 대하여 직선 AC 가 원 C_1 과 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 D 라 하자. 다음은 \overline{BD} 가 최대가 되도록 네 점 A, B, C, D 를 정할 때, $\overline{O_1C}^2$ 을 r 에 대한 식으로 나타내는 과정이다.



삼각형 ADB 에서 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{BD}}{\sin A} = \boxed{\text{(가)}}$$

이므로 \overline{BD} 가 최대하려면 직선 AD 가 원 C_2 와 점 C 에서 접해야 한다.

이때 직각삼각형 ACO_2 에서 $\sin A = \frac{1}{AO_2}$ 이므로

$$\overline{BD} = \frac{1}{AO_2} \times \boxed{\text{(가)}}$$

이다.

그러므로 직선 AD 가 원 C_2 와 점 C 에서 접하고 $\overline{AO_2}$ 가 최소일 때 \overline{BD} 는 최대이다.

$\overline{AO_2}$ 의 최솟값은

$$\boxed{\text{(나)}}$$

이므로 \overline{BD} 가 최대일 때,

$$\overline{O_1C}^2 = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(r)$, $g(r)$, $h(r)$ 라 할 때, $f(4) \times g(5) \times h(6)$ 의 값은?

[4점]

- ① 216
- ② 192
- ③ 168
- ④ 144
- ⑤ 120

14. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 1) \\ 2f(1) - f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

ㄴ. $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{g(-1+h) + g(-1-h) - 6}{h} = a$ (a 는 상수)이고 $g(1) = 1$ 이면 $g(a) = 1$ 이다.

ㄷ. $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{g(b+h) + g(b-h) - 6}{h} = 4$ (b 는 상수)이면 $g(4) = 1$ 이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 함수

$$f(x) = \left| 2a \cos \frac{b}{2}x - (a-2)(b-2) \right|$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 10 이하의 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [4점]

(가) 함수 $f(x)$ 는 주기가 π 인 주기함수이다.

(나) $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = 2a - 1$ 의 교점의 개수는 4이다.

① 11

② 13

③ 15

④ 17

⑤ 19

16. $\log_3 a \times \log_3 b = 2$ 이고 $\log_a 3 + \log_b 3 = 4$ 일 때, $\log_3 ab$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = 3x^3 - x + a$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선이 원점을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

18. 곡선 $y = x^3 + 2x$ 와 y 축 및 직선 $y = 3x + 6$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [3점]

19. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{2n} = 2a_n, \quad a_{2n+1} = 3a_n$$

을 만족시킨다. $a_7 + a_k = 73$ 인 자연수 k 의 값을 구하시오. [3점]

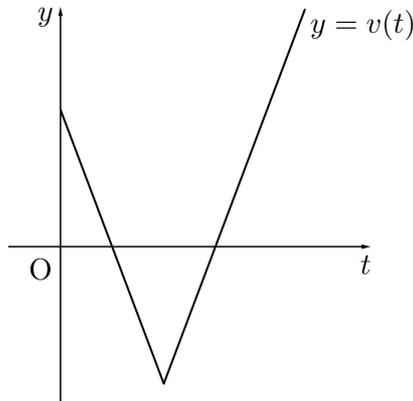
20. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도는

$$v(t) = |at - b| - 4 \quad (a > 0, b > 4)$$

이다. 시각 $t=0$ 에서 $t=k$ 까지 점 P가 움직인 거리를 $s(k)$, 시각 $t=0$ 에서 $t=k$ 까지 점 P의 위치의 변화량을 $x(k)$ 라 할 때, 두 함수 $s(k), x(k)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 \leq k < 3$ 이면 $s(k) - x(k) < 8$ 이다.
- (나) $k \geq 3$ 이면 $s(k) - x(k) = 8$ 이다.

시각 $t=1$ 에서 $t=6$ 까지 점 P의 위치의 변화량을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]



21. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) a_6 + a_7 = -\frac{1}{2}$$

(나) $a_l + a_m = 1$ 이 되도록 하는 두 자연수 l, m ($l < m$)의 모든 순서쌍 (l, m) 의 개수는 6이다.

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 14 항까지의 합을 S 라 할 때, $2S$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 정수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)=1$, $f'(1)=0$ 이다. 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) + |f(x) - 1|$$

이라 할 때, 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 함수 $f(x)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프의 모든 교점의 x 좌표의 합은 3이다.

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $n < \int_0^n g(x)dx < n+16$ 이다.

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

2023학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

확률과 통계

23. $(x+2)^6$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는? [2점]

① 58

② 60

③ 62

④ 64

⑤ 66

24. 이산확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	a	$\frac{a}{2}$	$\frac{a}{3}$	1

$E(11X+2)$ 의 값은? [3점]

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

25. 어느 회사에서 근무하는 직원들의 일주일 근무 시간은 평균이 42시간, 표준편차가 4시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 근무하는 직원 중에서 임의추출한 4명의 일주일 근무 시간의 표본평균이 43시간 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1587
 ④ 0.3085 ⑤ 0.3413

26. 세 학생 A, B, C를 포함한 6명의 학생이 있다. 이 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, A와 C는 이웃하지 않고, B와 C도 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

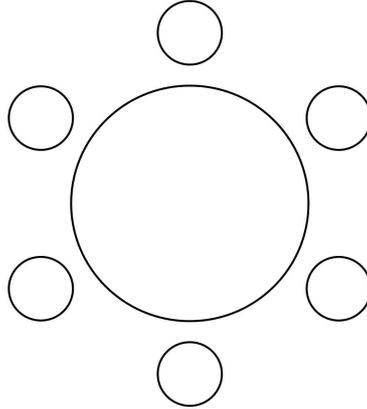
① 24

② 30

③ 36

④ 42

⑤ 48



27. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. 이차부등식 $ax^2 + 2bx + a - 3 \leq 0$ 의 해가 존재할 확률은? [3점]

① $\frac{7}{9}$

② $\frac{29}{36}$

③ $\frac{5}{6}$

④ $\frac{31}{36}$

⑤ $\frac{8}{9}$

28. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중에서

$$f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = 8$$

을 만족시키는 함수 f 의 개수는? [4점]

① 137

② 141

③ 145

④ 149

⑤ 153

29. 서로 다른 두 자연수 a, b 에 대하여 두 확률변수 X, Y 가 각각 정규분포 $N(a, \sigma^2)$, $N(2b-a, \sigma^2)$ 을 따른다. 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 와 확률변수 Y 의 확률밀도함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

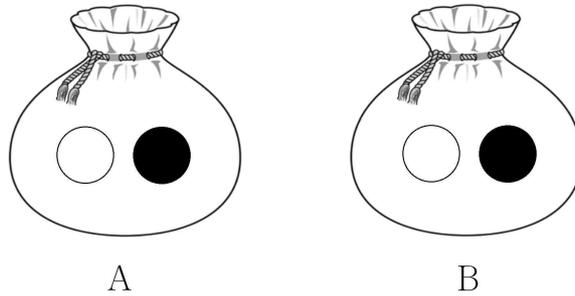
(가) $P(X \leq 11) = P(Y \geq 11)$

(나) $f(17) < g(10) < f(15)$

30. 그림과 같이 두 주머니 A와 B에 흰 공 1개, 검은 공 1개가 각각 들어 있다. 주머니 A에 들어 있는 공의 개수 또는 주머니 B에 들어 있는 공의 개수가 0이 될 때까지 다음의 시행을 반복한다.

두 주머니 A, B에서 각각 임의로 하나씩 꺼낸 두 개의 공이 서로 같은 색이면 꺼낸 공을 모두 주머니 A에 넣고, 서로 다른 색이면 꺼낸 공을 모두 주머니 B에 넣는다.

4번째 시행의 결과 주머니 A에 들어 있는 공의 개수가 0일 때, 2번째 시행의 결과 주머니 A에 들어 있는 흰 공의 개수가 1 이상일 확률은 p 이다. $36p$ 의 값을 구하시오. [4점]



※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

2023학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

미 적 분

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{an^2 + bn} - \sqrt{n^2 - 1}} = 4$ 일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [2점]

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{3}{4}$

④ 1

⑤ $\frac{5}{4}$

24. 함수 $f(x) = x^3 + 3x + 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 함수 $h(x) = e^x$ 에 대하여 $(h \circ g)'(5)$ 의 값은?
[3점]

① $\frac{e}{8}$

② $\frac{e}{7}$

③ $\frac{e}{6}$

④ $\frac{e}{5}$

⑤ $\frac{e}{4}$

25. 함수 $f(x) = x^2 e^{x^2-1}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2}{n+k} f\left(1 + \frac{k}{n}\right)$ 의 값은? [3점]

① $e^3 - 1$

② $e^3 - \frac{1}{e}$

③ $e^4 - 1$

④ $e^4 - \frac{1}{e}$

⑤ $e^5 - 1$

26. 구간 $(0, \infty)$ 에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 있다. 모든 양수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 기울기는 $\frac{\ln t}{t^2}$ 이다. $f(1)=0$ 일 때, $f(e)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{e-2}{3e}$

② $\frac{e-2}{2e}$

③ $\frac{e-1}{3e}$

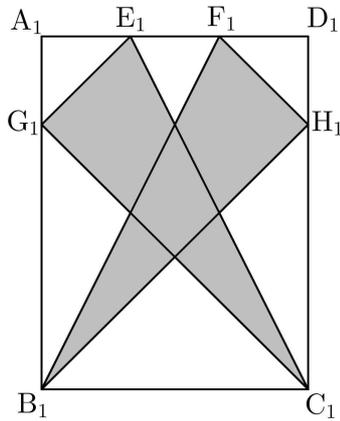
④ $\frac{e-2}{e}$

⑤ $\frac{e-1}{e}$

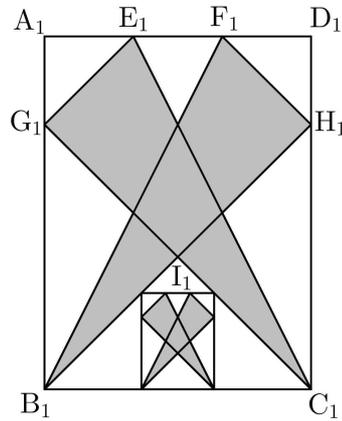
27. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1} = 4$, $\overline{A_1D_1} = 3$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 A_1D_1 을 1:2, 2:1로 내분하는 점을 각각 E_1, F_1 이라 하고, 두 선분 A_1B_1, D_1C_1 을 1:3으로 내분하는 점을 각각 G_1, H_1 이라 하자. 두 삼각형 $C_1E_1G_1, B_1H_1F_1$ 로 만들어진 \bowtie 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 두 선분 B_1H_1, C_1G_1 이 만나는 점을 I_1 이라 하자. 선분 B_1I_1 위의 점 A_2 , 선분 C_1I_1 위의 점 D_2 , 선분 B_1C_1 위의 두 점 B_2, C_2 를 $\overline{A_2B_2} : \overline{A_2D_2} = 4:3$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 가 되도록 잡는다. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 \bowtie 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



R_1



R_2

...

...

① $\frac{347}{64}$

② $\frac{351}{64}$

③ $\frac{355}{64}$

④ $\frac{359}{64}$

⑤ $\frac{363}{64}$

28. $0 < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 정의된 두 함수

$$y = \sin x, \quad y = a \tan x$$

의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(a)$ 라 할 때, $f'\left(\frac{1}{e^2}\right)$ 의 값은? [4점]

① $-\frac{5}{2}$

② -2

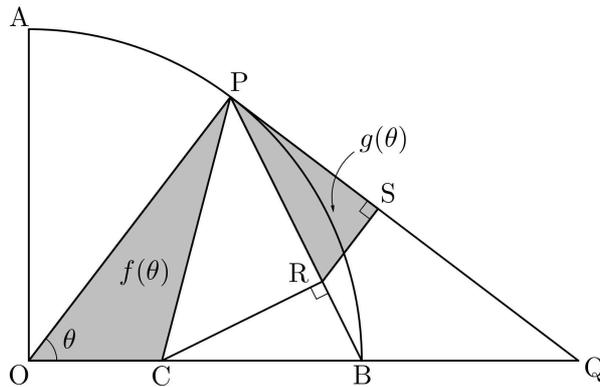
③ $-\frac{3}{2}$

④ -1

⑤ $-\frac{1}{2}$

29. 그림과 같이 반지름의 길이가 5이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB에서 선분 OB를 2:3으로 내분하는 점을 C라 하자. 점 P에서 호 AB에 접하는 직선과 직선 OB의 교점을 Q라 하고, 점 C에서 선분 PB에 내린 수선의 발을 R, 점 R에서 선분 PQ에 내린 수선의 발을 S라 하자. $\angle POB = \theta$ 일 때, 삼각형 OCP의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PRS의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$80 \times \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



30. 최고차항의 계수가 -2 인 이차함수 $f(x)$ 와 두 실수 $a(a > 0)$, b 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x+1)}{x} & (x < 0) \\ f(x)e^{x-a} + b & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = 2$ 이고 $g'(a) = -2$ 이다.

(나) $s < 0 \leq t$ 이면 $\frac{g(t) - g(s)}{t - s} \leq -2$ 이다.

$a - b$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

2023학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

기 하

23. 좌표공간에서 점 $P(2, 1, 3)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점 Q 에 대하여 선분 PQ 의 길이는?

[2점]

① $2\sqrt{10}$

② $2\sqrt{11}$

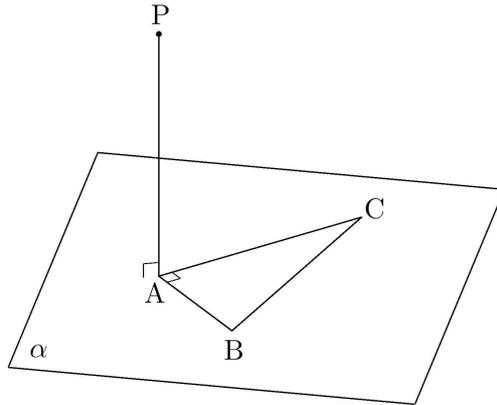
③ $4\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{13}$

⑤ $2\sqrt{14}$

24. 그림과 같이 평면 α 위에 $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$ 이고 $\overline{AB} = 1$, $\overline{AC} = \sqrt{3}$ 인 직각삼각형 ABC가 있다.

점 A를 지나고 평면 α 에 수직인 직선 위의 점 P에 대하여 $\overline{PA} = 2$ 일 때, 점 P와 직선 BC 사이의 거리는? [3점]

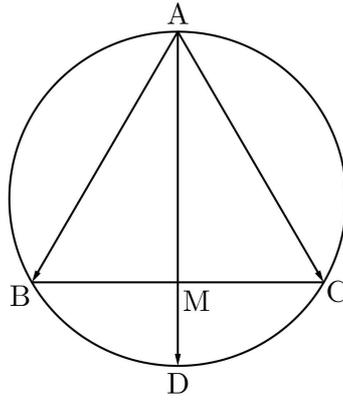


- ① $\frac{\sqrt{17}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{70}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{74}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{19}}{2}$

25. 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 과 두 점 $A(4, 0)$, $B(0, -3)$ 이 있다. 이 타원 위의 점 P에 대하여 삼각형 ABP의 넓이가 k 가 되도록 하는 점 P의 개수가 3일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $3\sqrt{2}-3$ ② $6\sqrt{2}-7$ ③ $3\sqrt{2}-2$ ④ $6\sqrt{2}-6$ ⑤ $6\sqrt{2}-5$

26. 그림과 같이 정삼각형 ABC에서 선분 BC의 중점을 M이라 하고, 직선 AM이 정삼각형 ABC의 외접원과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 D라 하자. $\overrightarrow{AD} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$ 일 때, $m+n$ 의 값은?
(단, m, n 은 상수이다.) [3점]



① $\frac{7}{6}$

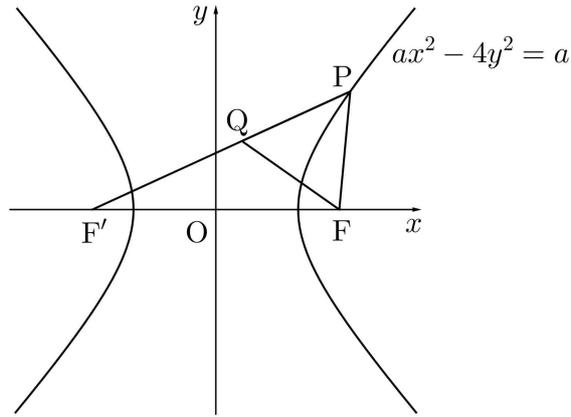
② $\frac{5}{4}$

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{17}{12}$

⑤ $\frac{3}{2}$

27. 그림과 같이 두 초점이 F, F' 인 쌍곡선 $ax^2 - 4y^2 = a$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P 와 선분 PF' 위의 점 Q 에 대하여 삼각형 PQF 는 한 변의 길이가 $\sqrt{6}-1$ 인 정삼각형이다. 상수 a 의 값은? (단, 점 F 의 x 좌표는 양수이다.) [3점]



① $\frac{9}{2}$

② 5

③ $\frac{11}{2}$

④ 6

⑤ $\frac{13}{2}$

28. 점 F를 초점으로 하고 직선 l 을 준선으로 하는 포물선이 있다. 포물선 위의 두 점 A, B와 점 F를 지나고 직선 l 과 만나는 점을 C라 하자. 두 점 A, B에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 H, I라 하고 점 B에서 직선 AH에 내린 수선의 발을 J라 하자.

$\frac{\overline{BJ}}{\overline{BI}} = \frac{2\sqrt{15}}{3}$ 이고 $\overline{AB} = 8\sqrt{5}$ 일 때, 선분 HC의 길이는? [4점]

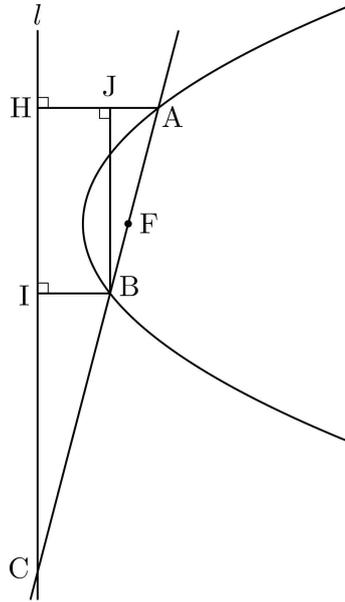
① $21\sqrt{3}$

② $22\sqrt{3}$

③ $23\sqrt{3}$

④ $24\sqrt{3}$

⑤ $25\sqrt{3}$



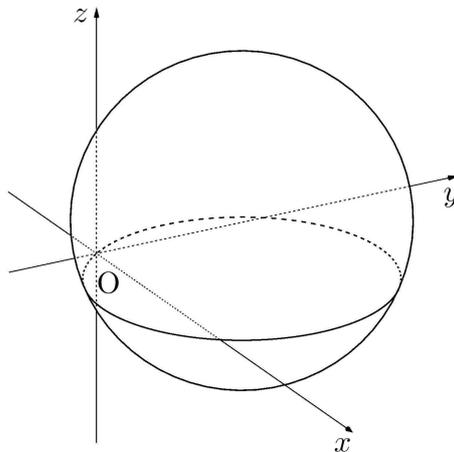
29. 좌표공간에 점 $(4, 3, 2)$ 를 중심으로 하고 원점을 지나는 구

$$S : (x-4)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 29$$

가 있다. 구 S 위의 점 $P(a, b, 7)$ 에 대하여 직선 OP 를 포함하는 평면 α 가 구 S 와 만나서 생기는 원을 C 라 하자. 평면 α 와 원 C 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직선 OP 와 xy 평면이 이루는 각의 크기와 평면 α 와 xy 평면이 이루는 각의 크기는 같다.
- (나) 선분 OP 는 원 C 의 지름이다.

$a^2 + b^2 < 25$ 일 때, 원 C 의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이는 $k\pi$ 이다. $8k^2$ 의 값을 구하시오.
(단, O 는 원점이다.) [4점]



30. 좌표평면 위의 세 점 $A(6, 0)$, $B(2, 6)$, $C(k, -2k)$ ($k > 0$)과 삼각형 ABC 의 내부 또는 변 위의 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ 5\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$$

(나) 점 P 가 나타내는 도형의 길이는 $\sqrt{5}$ 이다.

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{CP}$ 의 최댓값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

관
망

권
말

관
망

권
말

권
말

권
말